СОРОК ПЯТЫЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур,

8 – 9 классы, базовый вариант, 25 февраля 2024 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

баллы задачи

4 — 1. Если Вася делит пирог или кусок пирога на две части, то всегда делает их равными по массе. А если делит на большее число частей, то может сделать их какими угодно, но обязательно все разной массы. За несколько таких дележей Вася разрезал пирог на 17 частей. Могли ли все части оказаться равными по массе? (Объединять части нельзя.)

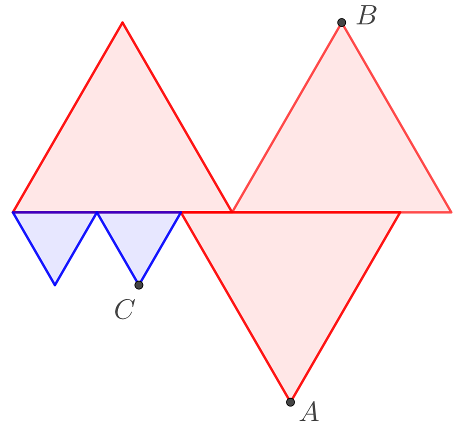
Борис Френкин

4 — 2. Шахматную доску 8×8 перекрасили в несколько цветов (каждую клетку — в один цвет). Оказалось, что если две клетки — соседние по диагонали или отстоят друг от друга на ход коня, то они обязательно разного цвета. Какое наименьшее число цветов могло быть использовано?

Михаил Евдокимов

5 — 3. Пять равносторонних треугольников расположены так, как показано на рисунке ниже. Три больших треугольника равны между собой и два маленьких тоже равны между собой. Найдите углы треугольника ABC.

Егор Бакаев



5 — 4. Два пирата делят 25 золотых монет разного достоинства, выложенные в виде квадрата 5×5. Пираты по очереди берут по одной монете с краю (монету можно взять, если слева, или справа, или снизу, или сверху от неё нет другой). Верно ли, что первый пират всегда может действовать так, чтобы гарантированно получить хотя бы половину суммарной добычи?

Михаил Евдокимов

6 — 5. Есть N удавов, их пасти имеют размеры 1 см, 2 см, $\ldots$, N см. Каждый удав может заглотить яблоко любого диаметра (в см), не превосходящего размер его пасти. Но по внешнему виду нельзя определить, какая у кого пасть. Вечером смотритель может выдать каждому удаву сколько хочет яблок каких хочет размеров, и за ночь удав заглотит все те из них, что влезают ему в пасть. Какое минимальное количество яблок суммарно смотритель должен вечером выдать удавам, чтобы утром по результату он гарантированно определил размер пасти каждого удава?

Татьяна Казицына

СОРОК ПЯТЫЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур,

10 – 11 классы, базовый вариант, 25 февраля 2024 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

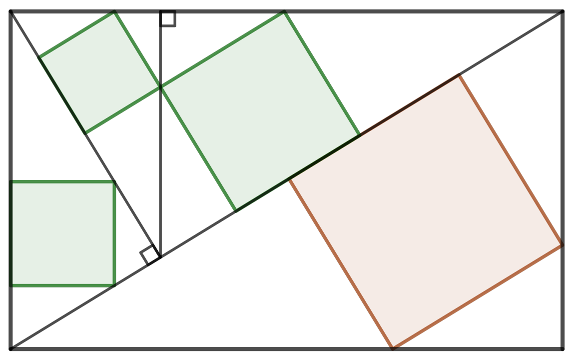
баллы задачи

3 — 1. В последовательности действительных чисел $a_1, a_2, \ldots$ каждое число, начиная с третьего, равно полусумме двух предыдущих. Докажите, что все параболы вида $y = x^2 + a_n x + a_{n+1}$ (где $n = 1, 2, 3, \ldots$) имеют общую точку.

Михаил Евдокимов

4 — 2. Произвольный прямоугольник разбит на прямоугольные треугольники так, как показано на рисунке ниже. В каждый треугольник вписан квадрат со стороной, лежащей на гипотенузе. Что больше: площадь самого большого квадрата или сумма площадей трёх остальных квадратов?

Михаил Евдокимов



5 — 3. Если Вася делит пирог или кусок пирога на две части, то всегда делает их равными по массе. А если делит на большее число частей, то может сделать их какими угодно, но обязательно все разной массы. За несколько таких дележей Вася разрезал пирог на N частей. При каждом ли $N \geq 10$ все части могли получиться равными по массе? (Объединять части нельзя.)

Борис Френкин

5 — 4. Верно ли, что сумма внутренних двугранных углов при основании треугольной пирамиды всегда меньше суммы внешних?

Алексей Заславский

6 — 5. В математическом кружке 45 школьников, некоторые дружат. Как ни разбивай их на тройки, в какой-то тройке все будут друг с другом дружить. Докажите, что всех школьников можно разбить на тройки так, чтобы в каждой тройке хотя бы какие-то двое дружили друг с другом.

Максим Прасолов