

11 класс. 1 Вариант

Задание 1. В некотором ВУЗе существуют очная и дистанционная формы обучения. При этом среди студентов, занимающихся очно, 50% занимаются также и дистанционно, а среди студентов, занимающихся дистанционно, 60% занимаются также и очно. Какую часть составляют студенты, занимающиеся только очно?

Задание 2. Каково наименьшее значение выражения $A + B$, если A и B – числа, удовлетворяющие системе неравенств $A + 5B \geq 9$, $3A + 4B \geq 11$, $5A + 3B \geq 11$?

Задание 3. Для каждого натурального числа n положим $p(n) = \frac{9^n}{9^n + 9^{50}}$. Вычислите сумму $p(1) + p(2) + \dots + p(99)$.

Задание 4. Длина ребра куба $ABCDA'B'C'D'$ равна 1. Найдите радиус сферы, проходящей через точку С и касающейся прямых AD , AA' и $A'B'$.

Задание 5. Решите уравнение $\operatorname{arcctg} \frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg} \frac{x-1}{x+1} = x$.

Задание 6. Два треугольника пересекаются по шестиугольнику $ABCDEF$, в котором $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 115^\circ$, $\angle E = 120^\circ$, $\angle F = 140^\circ$. Найдите углы этих треугольников.

Задание 7. При каких значениях параметра a существует прямая, касающаяся графика функции $f(x) = ax^4 + x^2 + x$ в двух точках? Для каждого такого значения найдите уравнение соответствующей прямой.

Задание 8. Про последовательность $X = (x_1, \dots, x_{100})$ известно, что она состоит из всех натуральных чисел от 1 до 100, переставленных в некотором порядке. Мы должны узнать этот порядок. За один шаг можно выписать любую, также состоящую из чисел от 1 до 100, последовательность (y_1, \dots, y_{100}) , про каждый член y_i ($i = 1, \dots, 100$) которой нам сообщат, какое из соотношений $y_i > x_i$, $y_i < x_i$ или $y_i = x_i$ имеет место. За какое наименьшее число шагов можно наверняка определить X ?

11 класс. 2 Вариант

Задание 1. Среди людей, не говорящих по-английски, 4% говорят по-французски, а среди людей, не говорящих по-французски, 20% говорят по-английски. Во сколько раз число людей, не говорящих по-французски больше числа людей, не говорящих по-английски?

Задание 2. Каково наименьшее значение выражения $A + B$, если A и B – числа, удовлетворяющие системе неравенств $3A + 5B \leq 11$, $4A + 3B \leq 10$, $7A + 4B \leq 18$?

Задание 3. Для каждого натурального числа n положим $p(n) = \frac{(-3)^n}{3^n + 3^{17}}$. Вычислите сумму $q(1) + q(2) + \dots + q(33)$.

Задание 4. Длина ребра куба $ABCDA'B'C'D'$ равна 1. Найдите радиус сферы, проходящей через точку B и касающейся прямых AD , AA' и $A'B'$.

Задание 5. Решите уравнение $\arctg \frac{2x-1}{x+2} + \arctg \frac{x+3}{3x-1} = x$.

Задание 6. Два треугольника пересекаются по шестиугольнику $ABCDEF$, в котором

$\angle A = \angle B = \angle C = 100^\circ$, $\angle D = 130^\circ$, $\angle E = 140^\circ$, $\angle F = 150^\circ$. Найдите углы этих треугольников.

Задание 7. При каких значениях параметра b существует прямая, касающаяся графика функции $f(x) = x^4 + bx^2 + x$ в двух точках? Для каждого такого значения найдите уравнение соответствующей прямой.

Задание 8. Про натуральные числа X , Y и Z известно, что они различны и не превосходят 100. Мы можем выписать любую последовательность (a_1, \dots, a_{100}) , содержащую все натуральные числа от 1 до 100. Какое наименьшее число последовательностей нужно выписать, чтобы среди них наверняка имелась такая, в которой два или три подряд идущих члена принадлежат множеству $\{X; Y; Z\}$?