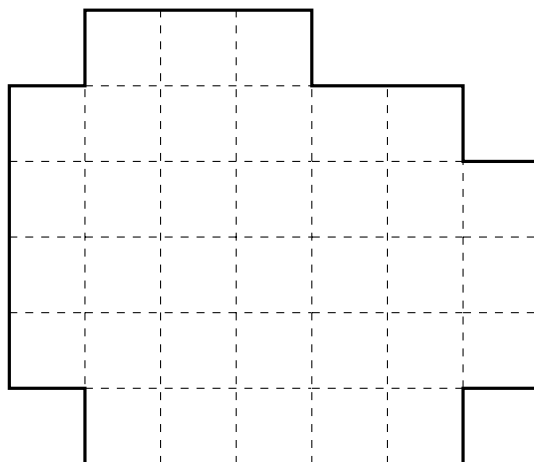


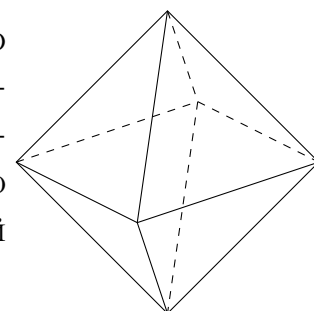
7.1. Разрежьте данную фигуру на семь одинаковых частей по линиям сетки. (Достаточно привести один пример.)



7.2. Лосяш идёт в гости к Совунье вдоль реки со скоростью 4 км/ч. Каждые полчаса он запускает бумажные кораблики, которые плывут к Совунье со скоростью 10 км/ч. С каким временным интервалом прибывают кораблики к Совунье? (Приведите полное решение, а не только ответ.)

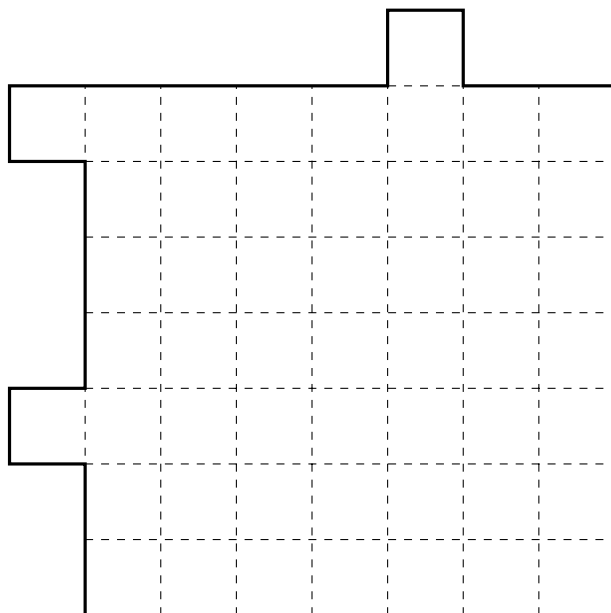
7.3. Катя написала на доске четырёхзначное число, которое делилось на каждую свою цифру без остатка (нулей в числе не было). Затем она стёрла в нём первую и последнюю цифры, и на доске осталось число 89. Что могло быть записано на доске изначально? (Найдите все варианты и покажите, что других нет.)

7.4. Всеволод сложил из восьми одинаковых треугольников октаэдр (изображён на рисунке), после чего раскрасил каждый из составляющих его двенадцати отрезков в красный, синий или зелёный цвет. Оказалось, что во все шесть вершин октаэдра приходят отрезки каждого цвета. Сколько всего отрезков могло оказаться покрашено в зелёный цвет? (Найдите все варианты и покажите, что других нет.)



7.5. Тикток-хаус представляет собой квадрат 3×3 из девяти комнат, в каждой из которых живёт по блогеру. В понедельник блогеры случайным образом поменялись комнатами, после чего каждые два человека, оказавшиеся в соседних по стороне комнатах, сняли в честь этого совместный тикток. Во вторник блогеры снова как-то поменялись комнатами и сняли тиктоки по тому же правилу, что и в прошлый день. То же самое произошло и в среду. Докажите, что какие-то два блогера совместного тиктока так не сделали.

8.1. Разрежьте данную фигуру на 13 одинаковых частей по линиям сетки.



8.2. Лосяш идёт в гости к Совунье вдоль реки со скоростью 4 км/ч. Каждые полчаса он запускает бумажные кораблики, которые плывут к Совунье со скоростью 10 км/ч. С каким временным интервалом прибывают кораблики к Совунье?

8.3. Найдите наибольшее четырёхзначное число, все цифры которого различны, и которое делится на каждую свою цифру. Ноль, конечно же, использовать нельзя.

8.4. Точка A расположена посередине между точками B и C . Квадрат $ABDE$ и равносторонний треугольник $CF A$ находятся в одной полуплоскости относительно прямой BC . Найдите угол между прямыми CE и BF .

8.5. Компьютерная сеть Пентагона представляет собой 1000 компьютеров, некоторые пары из которых соединены проводами. Хакер Вася написал вирус, который каждую минуту заражает все компьютеры, напрямую соединённые проводом с уже заражёнными. Известно, что сеть устроена таким образом, что если Вася загрузит свой вирус на любой из компьютеров, то через некоторое время заражённой окажется вся сеть. Докажите, что хакер Вася может таким образом выбрать 90 компьютеров Пентагона, что если он загрузит на них вирус одновременно, то уже через 10 минут заражённой окажется вся сеть.

**Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике
2021-2022 гг.**

Дополнительный отборочный этап

9 класс

Все задачи оцениваются из 7 баллов

9.1. Найти наименьшее натуральное число, делящееся на 999, все цифры в десятичной записи которого различны.

9.2 Банкир выходит из дома, ровно в этот момент за ним приходит из банка машина, которая отвозит его в банк. Банкир выходит, а машина выезжает из банка всегда в одно и то же время, машина едет всегда с одной и той же постоянной скоростью. Однажды банкир вышел из дому на 55 минут раньше, чем обычно, и, решив начать новую жизнь, пошёл по дороге в сторону, противоположную банку. Машина догнала его и привезла в банк на 10 минут позже обычного. Найти отношение скоростей машины и банкира.

9.3. Пусть x, y - действительные числа такие, что $\sqrt{x} - \sqrt{y} = 10$. Доказать, что $x - 2y \leq 200$.

9.4. На отрезке АВ, как на диаметре, построен полукруг, в котором точка М – середина дуги АВ. На дуге ВМ выбрана произвольная точка К, отличная от В и М, через Р обозначена точка пересечения прямых АВ и МК. Пусть Т -точка пересечения прямой АК и перпендикуляра к прямой АВ, проведённого через точку Р. Докажите, что длины отрезков ВР и РТ равны.

9.5. В ряд слева направо лежат n монет. Известно, что две из них фальшивые, они лежат рядом, левая весит 9 граммов, правая 11 граммов, а все оставшиеся настоящие и каждая из них весит 10 граммов. Монеты взвешивают на чашечных весах, которые либо показывают, груз на какой из двух чашек тяжелее, либо находятся в равновесии, и тогда грузы на обеих чашках имеют одинаковый вес. При каком максимальном n можно за три взвешивания найти монету весом 11 граммов? Как это сделать?

**Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике
2021-2022 гг.**

Дополнительный отборочный этап

10 класс

Все задачи оцениваются из 7 баллов

10.1. В ОАО «Инновационная финансовая пирамида» ровно 2021 акционер, причём любые 1100 из них в сумме владеют не менее, чем 50% процентами всех акций общества. Какой максимальной долей акций может владеть один акционер?

10.2. Четырёхугольник ABCD вписан в окружность с центром O. Известно, что площадь четырёхугольника AOCD равна половине площади ABCD. Найти величину угла между диагоналями AC и BD.

10.3. Найти все пятизначные натуральные числа, уменьшающиеся после вычёркивания средней цифры в целое число раз.

10.4. Десять шахматистов за девять дней сыграли полный однокруговой турнир, в ходе которого каждый из них сыграл с каждым ровно одну партию. Каждый день игралось ровно пять партий, каждый шахматист был задействован ровно в одной из них. Для какого максимального $n \leq 9$ можно утверждать, что, независимо от расписания, в конце некоторого игрового дня с номером $k \leq 8$ обязательно найдутся n шахматистов, уже сыгравших между собой все положенные в турнире партии?

10.5. Найти максимальное значение суммы $x_1(1-x_2) + x_2(1-x_3) + \dots + x_6(1-x_7) + x_7(1-x_1)$ для произвольных чисел x_1, x_2, \dots, x_7 из интервала $[0,1]$.

**Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике
2021-2022 гг.**

Дополнительный отборочный этап

11 класс

Все задачи оцениваются из 7 баллов

11.1. Найти множество всех точек M координатной плоскости, для которых существует отрезок ненулевой длины, концы которого лежат на графике функции $y = \frac{1}{x}$, а середина совпадает с M .

11.2. В описанном четырёхугольнике $ABCD$ величины углов CDA , DAB и ABC равны 90° , 120° и 120° соответственно, а длина стороны BC равна 1 см. Найти длину стороны AB .

11.3. Каждая клетка квадратной доски размера n на n окрашена в синий или красный цвет. Строка или столбец называются синеватой, если в ней синих клеток больше, чем красных. Соответственно, строка или столбец называются красноватой, если в ней красных клеток больше, чем синих. Какое максимальное значение может принимать сумма числа красноватых строк и числа синеватых столбцов при некоторой раскраске доски в зависимости от n ?

11.4. Доказать, что, если для некоторых натуральных чисел x, y число $x \cdot y \cdot \sqrt{x^2 + y^2}$ целое, то оно делится на 60.

11.5. Действительные числа $x < y < z$ таковы, что $x + y + z = 6$ и $xy + yz + xz = 9$. Докажите, что тогда $0 < x < 1 < y < 3 < z < 4$.