Всесибирская открытая олимпиада школьников 2016-2017 г.г. по математике

Первый этап **7 класс** 23.10.2016

Каждая задача оценивается в 7 баллов *Время выполнения заданий олимпиады: 4 астрономических часа*

7.1. Лёшка записал число, а потом заменил в нём одинаковые цифры одинаковыми буквами, а разные – разными. У него получилось слово НОВОСИБИРСК. Могло ли исходное число делиться на 3?

7.2. Есть сломанные весы, которые в своих показаниях ошибаются не больше, чем на 500г. Когда Алексей взвесил дыню, они показали 4кг. Когда взвесил арбуз – 3 кг. Когда взвесил и дыню, и арбуз вместе – 8,5кг. Сколько на самом деле весят дыня и арбуз по отдельности? Весы могут ошибаться каждый раз по-разному.

7.3. Данил провёл несколько прямых через одну точку. Из всех образованных углов он стал рассматривать только углы с целыми градусными мерами. Данил утверждает, что среди них углов с нечётными мерами ровно на 15 больше, чем с чётными. Может ли это быть правдой?

7.4. Пароход “Раритет” после выхода из города три часа двигается с постоянной скоростью, затем час глохнет, двигаясь по течению, потом три часа двигается с той же скоростью и так далее. Если пароход начинает своё движение в городе А и идёт в город Б, то тратит на это 10 часов. Если начинает в городе Б и идёт в город А – 15. За какое время из города А в город Б можно добраться на плоту?

7.5. Квадратная коробка 3 на 3 разделена на 9 ячеек. Разрешается в некоторые ячейки положить шарики (возможно, разное число в разные ячейки). Какое наименьшее число шариков нужно положить в коробку, чтобы во всех строках и столбцах коробки было разное количество шариков?

Всесибирская открытая олимпиада школьников 2016-2017 г.г. по математике

Первый этап **8 класс** 23.10.2016

Каждая задача оценивается в 7 баллов *Время выполнения заданий олимпиады: 4 астрономических часа*

8.1. Лёшка записал число, а потом заменил в нём одинаковые цифры одинаковыми буквами, а разные – разными. У него получилось слово НОВОСИБИРСК. Могло ли исходное число делиться на 9?

8.2. В треугольнике ABC на сторонах BC и AC взяты точки M и N соответственно. Отрезки AM и BN пересекаются в точке O. Докажите, что сумма углов AMB и ANB больше угла AOB.

8.3. Найдите наибольшее шестизначное число, у которого каждая цифра, начиная с третьей, равна сумме двух предыдущих цифр.

8.4. Пароход “Раритет” после выхода из города три часа двигается с постоянной скоростью, затем час глохнет, двигаясь по течению, потом три часа двигается с той же скоростью и так далее. Если пароход начинает своё движение в городе А и идёт в город Б, то тратит на это 10 часов. Если начинает в городе Б и идёт в город А – 15. За какое время из города А в город Б можно добраться на плоту?

8.5. Кондитер при приготовлении булочек использует различные пряности. Однажды он испёк 10 булочек, причем оказалось, что в любой из них имеется больше половины всего ассортимента пряностей. Докажите, что можно выбрать три пряности таким образом, что в каждой булочке будет хотя бы одна из этих пряностей.

Всесибирская открытая олимпиада школьников 2016-2017 г.г. по математике

Первый этап **9 класс** 23.10.2016

Каждая задача оценивается в 7 баллов *Время выполнения заданий олимпиады: 4 астрономических часа*

9.1. Какое количество 5%-ого и 20%-ого растворов соли в воде нужно взять, чтобы получить 90 кг 7%-ого раствора?

9.2. В детском саду каждому ребёнку выдали по три карточки, на каждой из которых написано либо «МА», либо «НЯ». Оказалось, что слово «МАМА» из своих карточек могут сложить 20 детей, слово «НЯНЯ» - 30 детей, а слово «МАНЯ» - 40 детей. У скольких детей все три карточки были одинаковы?

9.3. По кругу записаны 14 положительных чисел (не обязательно целых). Сумма любых четырёх чисел, стоящих подряд, равна 30. Докажите, что каждое из этих чисел меньше 15.

9.4. На плоскости дан отрезок AB длины 1 и на нём произвольная точка M. На отрезках AM и MB как на сторонах построены квадраты AMCD и MBEF, лежащие по одну сторону от AB. Пусть P и Q - точки пересечения диагоналей этих квадратов соответственно. Найдите геометрическое место середин отрезков PQ, когда точка M пробегает весь отрезок AB.

9.5. Про семь натуральных чисел $a, b, c, a+b-c, a+c-b, b+c-a, a+b+c$ известно, что все они — различные простые числа. Найти все значения, которые может принимать наименьшее из этих семи чисел.

Всесибирская открытая олимпиада школьников 2016-2017 г.г. по математике

Первый этап **10 класс** 23.10.2016

Каждая задача оценивается в 7 баллов *Время выполнения заданий олимпиады: 4 астрономических часа*

10.1. Найти все решения уравнения: $\sqrt{x+\sqrt{2x-1}}+\sqrt{x-\sqrt{2x-1}}=\sqrt{2}$.

10.2. В прямоугольной трапеции ABCD сумма длин оснований AD и BC равна её высоте AB. В каком отношении делит боковую сторону CD биссектриса угла ABC?

10.3. Сначала шарики были разложены по нескольким белым и чёрным коробкам так, что в каждой белой было по 31 шарику, а в каждой чёрной - по 26 шариков. Затем принесли ещё три коробки и разложили шарики так, что в каждой белой коробке стало по 21 шарику, а в каждой чёрной - по 16 шариков. Можно ли принести ещё несколько коробок и разложить шарики так, чтобы в каждой белой коробке стало по 15 шариков, а в каждой чёрной - по 10 шариков?

10.4. На плоскости расположено конечное множество кругов так, что любые два из них можно накрыть кругом диаметра 10. Докажите, что все эти круги можно накрыть квадратом со стороной 10.

10.5. Можно ли число 2016 представить в виде суммы нескольких попарно различных натуральных чисел таких, что среди всех возможных попарных сумм этих чисел ровно 7 различных?

Всесибирская открытая олимпиада школьников 2016-2017 г.г. по математике

Первый этап **11 класс** 23.10.2016

Каждая задача оценивается в 7 баллов *Время выполнения заданий олимпиады: 4 астрономических часа*

11.1. Найти все натуральные числа n такие, что существуют n последовательных натуральных чисел, сумма которых равна n^2.

11.2. Найти все решения уравнения: $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x = 1$.

11.3. При каком наименьшем n выполнено условие: если в некоторых клетках таблицы размера 6×6 в произвольном порядке расставить n крестиков (не более одного в клетке), то обязательно найдутся три клетки, образующие полоску длины 3, вертикальную или горизонтальную, в каждой из которых поставлен крестик?

11.4. Найдите все натуральные числа x такие, что произведение всех цифр в десятичной записи x равно $x^2 - 10x - 22$.

11.5. На плоскости дан отрезок AB и на нём произвольная точка M. На отрезках AM и MB как на сторонах построены квадраты AMCD и MBEF, лежащие по одну сторону от AB, и N – точка пересечения прямых AF и BC. Докажите, что при любом положении точки M на отрезке AB каждая прямая MN проходит через некоторую точку S, общую для всех таких прямых.