

Всесибирская открытая олимпиада школьников 2015-2016 г.г. по математике

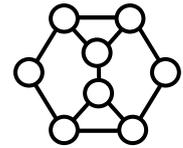
Первый этап

7 класс

Время выполнения задания 4 астрономических часа

Каждая задача оценивается в 7 баллов

7.1. Расставьте в кружки на картинке числа от 2 до 9 (без повторений) так, чтобы никакое число не делило бы нацело ни одного из своих соседей.



7.2. Прямоугольник разрезан на несколько прямоугольников, периметр каждого из которых – число метров, делящееся на 4. Верно ли, что периметр исходного прямоугольника делится на 4 нацело?

7.3. В семье шестеро детей. Пятеро из них соответственно на 2, 6, 8, 12 и 14 лет старше младшего, причём возраст каждого ребёнка — простое число. Сколько лет младшему?

7.4. На острове живёт нечётное число людей, причём каждый из них либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжёт. Как-то раз все рыцари заявили: “Я дружу только с 1 лжецом”, а все лжецы: “Я не дружу с рыцарями”. Кого на острове больше, рыцарей или лжецов?

7.5. Есть 100 коробок, пронумерованных числами от 1 до 100. В одной коробке лежит приз, и ведущий знает, где он находится. Зритель может послать ведущему пачку записок с вопросами, требующими ответа "да" или "нет". Ведущий перемешивает записки в пачке и, не оглашая вслух вопросов, честно отвечает на все. Какое наименьшее количество записок нужно послать, чтобы наверняка узнать, где находится приз?

Всесибирская открытая олимпиада школьников 2015-2016 г.г. по математике

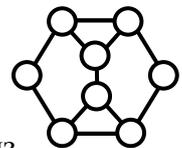
Первый этап

7 класс

Время выполнения задания 4 астрономических часа

Каждая задача оценивается в 7 баллов

7.1. Расставьте в кружки на картинке числа от 2 до 9 (без повторений) так, чтобы никакое число не делило бы нацело ни одного из своих соседей.



7.2. Прямоугольник разрезан на несколько прямоугольников, периметр каждого из которых – число метров, делящееся на 4. Верно ли, что периметр исходного прямоугольника делится на 4 нацело?

7.3. В семье шестеро детей. Пятеро из них соответственно на 2, 6, 8, 12 и 14 лет старше младшего, причём возраст каждого ребёнка — простое число. Сколько лет младшему?

7.4. На острове живёт нечётное число людей, причём каждый из них либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжёт. Как-то раз все рыцари заявили: “Я дружу только с 1 лжецом”, а все лжецы: “Я не дружу с рыцарями”. Кого на острове больше, рыцарей или лжецов?

7.5. Есть 100 коробок, пронумерованных числами от 1 до 100. В одной коробке лежит приз, и ведущий знает, где он находится. Зритель может послать ведущему пачку записок с вопросами, требующими ответа "да" или "нет". Ведущий перемешивает записки в пачке и, не оглашая вслух вопросов, честно отвечает на все. Какое наименьшее количество записок нужно послать, чтобы наверняка узнать, где находится приз?

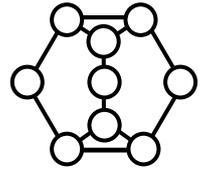
Всесибирская открытая олимпиада школьников 2015-2016 г.г. по математике

Первый этап

8 класс

Время выполнения задания 4 астрономических часа Каждая задача оценивается в 7 баллов

8.1. Расставить в кружки на картинке числа от 1 до 9 (без повторений), чтобы соседние числа не имели бы общих делителей, отличных от единицы.



8.2. В семье 4 человека. Если Маше удвоят стипендию, общий доход всей семьи возрастет на 5%, если вместо этого маме удвоят зарплату – на 15%, если же зарплату удвоят папе – на 25%. На сколько процентов возрастет доход всей семьи, если бабушке удвоят пенсию?

8.3. Найдите периметр параллелограмма, если биссектриса одного из его углов делит сторону параллелограмма на отрезки 7 и 14.

8.4. Квадрат разбили на 100 прямоугольников девятью вертикальными и девятью горизонтальными прямыми (параллельными его сторонам). Среди этих прямоугольников оказалось ровно 9 квадратов. Докажите, что среди них есть хотя бы два одинаковых.

8.5. Есть 100 коробок, пронумерованных числами от 1 до 100. В одной коробке лежит приз, и ведущий знает, где он находится. Зритель может послать ведущему пачку записок с вопросами, требующими ответа "да" или "нет". Ведущий перемешивает записки в пачке и, не оглашая вслух вопросов, честно отвечает на все. Какое наименьшее количество записок нужно послать, чтобы наверняка узнать, где находится приз?

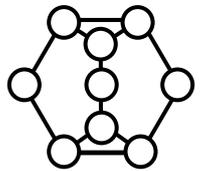
Всесибирская открытая олимпиада школьников 2015-2016 г.г. по математике

Первый этап

8 класс

Время выполнения задания 4 астрономических часа Каждая задача оценивается в 7 баллов

8.1. Расставить в кружки на картинке числа от 1 до 9 (без повторений), чтобы соседние числа не имели бы общих делителей, отличных от единицы.



8.2. В семье 4 человека. Если Маше удвоят стипендию, общий доход всей семьи возрастет на 5%, если вместо этого маме удвоят зарплату – на 15%, если же зарплату удвоят папе – на 25%. На сколько процентов возрастет доход всей семьи, если бабушке удвоят пенсию?

8.3. Найдите периметр параллелограмма, если биссектриса одного из его углов делит сторону параллелограмма на отрезки 7 и 14.

8.4. Квадрат разбили на 100 прямоугольников девятью вертикальными и девятью горизонтальными прямыми (параллельными его сторонам). Среди этих прямоугольников оказалось ровно 9 квадратов. Докажите, что среди них есть хотя бы два одинаковых.

8.5. Есть 100 коробок, пронумерованных числами от 1 до 100. В одной коробке лежит приз, и ведущий знает, где он находится. Зритель может послать ведущему пачку записок с вопросами, требующими ответа "да" или "нет". Ведущий перемешивает записки в пачке и, не оглашая вслух вопросов, честно отвечает на все. Какое наименьшее количество записок нужно послать, чтобы наверняка узнать, где находится приз?

Всесибирская открытая олимпиада школьников 2015-2016 г.г. по математике

Первый этап

9 класс

Время выполнения задания 4 астрономических часа Каждая задача оценивается в 7 баллов

- 9.1.** Из горячего крана ванна заполняется за 17 минут, а из холодного — за 11 минут. Через сколько минут после открытия горячего крана нужно открыть холодный, чтобы к моменту наполнения ванны горячей воды в ней было на треть больше, чем холодной?
- 9.2.** Можно ли представить число $99\dots99$ (всего 9 девяток) в виде суммы двух натуральных чисел, суммы цифр которых одинаковы?
- 9.3.** Найти минимальное натуральное число n такое, что в любом множестве из n различных натуральных чисел, не превосходящих 1000, всегда можно выбрать два числа, большее из которых не делится нацело на меньшее.
- 9.4.** Через точки касания вписанной окружности со сторонами треугольника провели прямые, соответственно параллельные биссектрисам противоположных углов. Докажите, что эти прямые пересекаются в одной точке.
- 9.5.** В каждой клетке таблицы 10 на 10 записан минус. За одну операцию разрешается одновременно менять на противоположные все знаки в некотором столбце и некоторой строке (плюс на минус и наоборот). За какое минимальное количество операций можно добиться того, что все знаки в таблице станут плюсами?

Всесибирская открытая олимпиада школьников 2015-2016 г.г. по математике

Первый этап

9 класс

Время выполнения задания 4 астрономических часа
оценивается в 7 баллов

Каждая задача

- 9.1.** Из горячего крана ванна заполняется за 17 минут, а из холодного — за 11 минут. Через сколько минут после открытия горячего крана нужно открыть холодный, чтобы к моменту наполнения ванны горячей воды в ней было на треть больше, чем холодной?
- 9.2.** Можно ли представить число $99\dots99$ (всего 9 девяток) в виде суммы двух натуральных чисел, суммы цифр которых одинаковы?
- 9.3.** Найти минимальное натуральное число n такое, что в любом множестве из n различных натуральных чисел, не превосходящих 1000, всегда можно выбрать два числа, большее из которых не делится нацело на меньшее.
- 9.4.** Через точки касания вписанной окружности со сторонами треугольника провели прямые, соответственно параллельные биссектрисам противоположных углов. Докажите, что эти прямые пересекаются в одной точке.
- 9.5.** В каждой клетке таблицы 10 на 10 записан минус. За одну операцию разрешается одновременно менять на противоположные все знаки в некотором столбце и некоторой строке (плюс на минус и наоборот). За какое минимальное количество операций можно добиться того, что все знаки в таблице станут плюсами?

Всесибирская открытая олимпиада школьников 2015-2016 г.г. по математике

Первый этап

10 класс

Время выполнения задания 4 астрономических часа. Каждая задача оценивается в 7 баллов

10.1. Из города в деревню вышел Викентий, а навстречу ему из деревни в город одновременно вышел Афанасий. Найти расстояние между деревней и городом, если известно, что расстояние между ними равнялось 2 км дважды: сначала, когда Викентий прошёл половину пути до деревни, и потом, когда Афанасий прошёл треть до города.

10.2. Можно ли представить число 199...99 (одна единица и 10 девяток) в виде суммы двух натуральных чисел, суммы цифр которых одинаковы?

10.3. Через точки касания вписанной окружности со сторонами треугольника провели прямые, соответственно параллельные биссектрисам противоположных углов. Докажите, что эти прямые пересекаются в одной точке.

10.4. Можно ли расставить в вершинах куба различные целые числа так, чтобы число в каждой вершине равнялось сумме трёх чисел на концах рёбер, выходящих из этой вершины?

10.5. Натуральные числа a, b, c, d таковы, что $a + c = 1000, b + d = 500$. Найти максимальное значение суммы $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$.

Всесибирская открытая олимпиада школьников 2015-2016 г.г. по математике

Первый этап

10 класс

Время выполнения задания 4 астрономических часа. Каждая задача оценивается в 7 баллов

10.1. Из города в деревню вышел Викентий, а навстречу ему из деревни в город одновременно вышел Афанасий. Найти расстояние между деревней и городом, если известно, что расстояние между ними равнялось 2 км дважды: сначала, когда Викентий прошёл половину пути до деревни, и потом, когда Афанасий прошёл треть до города.

10.2. Можно ли представить число 199...99 (одна единица и 10 девяток) в виде суммы двух натуральных чисел, суммы цифр которых одинаковы?

10.3. Через точки касания вписанной окружности со сторонами треугольника провели прямые, соответственно параллельные биссектрисам противоположных углов. Докажите, что эти прямые пересекаются в одной точке.

10.4. Можно ли расставить в вершинах куба различные целые числа так, чтобы число в каждой вершине равнялось сумме трёх чисел на концах рёбер, выходящих из этой вершины?

10.5. Натуральные числа a, b, c, d таковы, что $a + c = 1000, b + d = 500$. Найти максимальное значение суммы $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$.

Всесибирская открытая олимпиада школьников 2015-2016 г.г. по математике

Первый этап

11 класс

Время выполнения задания 4 астрономических часа. Каждая задача оценивается в 7 баллов

11.1. Из пункта А в пункт Б вышел Парамон. В 12^{00} , когда он прошёл половину пути до Б, вслед за ним из А в Б выбежал Агафон, и одновременно из Б в А вышел Соломон. В 13^{20} Агафон встретился с Соломоном, а в 14^{00} догнал Парамона. Во сколько произошла встреча Парамона и Соломона?

11.2. Медиана АМ треугольника АВС делит отрезок PR, параллельный стороне АС, с концами на сторонах АВ и ВС, на отрезки длины 5 см и 3 см, считая от стороны АВ. Чему равна длина стороны АС?

11.3. Можно ли из дробей $\frac{1}{100}, \frac{2}{99}, \frac{3}{98}, \dots, \frac{100}{1}$ (все положительные дроби, сумма числителя и знаменателя которых равна 101) выбрать три, произведение которых равно 1?

11.4. Две окружности пересекаются в точках А и В, и центр О первой из них лежит на второй. На второй окружности выбрана некоторая точка S, отрезок SO пересекает первую окружность в точке Р. Доказать, что Р является центром вписанной окружности треугольника ABS.

11.5. Множество X различных натуральных чисел, не превосходящих n таково, что сумма любых двух, в том числе и совпадающих, элементов X , не превосходящая n , тоже принадлежит X . Доказать, что среднее арифметическое всех чисел множества X не меньше $\frac{n+1}{2}$.

Всесибирская открытая олимпиада школьников 2015-2016 г.г. по математике

Первый этап

11 класс

Время выполнения задания 4 астрономических часа. Каждая задача оценивается в 7 баллов

11.1. Из пункта А в пункт Б вышел Парамон. В 12^{00} , когда он прошёл половину пути до Б, вслед за ним из А в Б выбежал Агафон, и одновременно из Б в А вышел Соломон. В 13^{20} Агафон встретился с Соломоном, а в 14^{00} догнал Парамона. Во сколько произошла встреча Парамона и Соломона?

11.2. Медиана АМ треугольника АВС делит отрезок PR, параллельный стороне АС, с концами на сторонах АВ и ВС, на отрезки длины 5 см и 3 см, считая от стороны АВ. Чему равна длина стороны АС?

11.3. Можно ли из дробей $\frac{1}{100}, \frac{2}{99}, \frac{3}{98}, \dots, \frac{100}{1}$ (все положительные дроби, сумма числителя и знаменателя которых равна 101) выбрать три, произведение которых равно 1?

11.4. Две окружности пересекаются в точках А и В, и центр О первой из них лежит на второй. На второй окружности выбрана некоторая точка S, отрезок SO пересекает первую окружность в точке Р. Доказать, что Р является центром вписанной окружности треугольника ABS.

11.5. Множество X различных натуральных чисел, не превосходящих n таково, что сумма любых двух, в том числе и совпадающих, элементов X , не превосходящая n , тоже принадлежит X . Доказать, что среднее арифметическое всех чисел множества X не меньше $\frac{n+1}{2}$.