

## Всесибирская олимпиада школьников 2011-2012 г. по математике

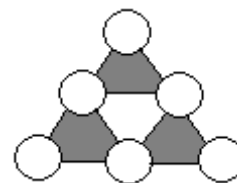
### Первый этап

#### 7 класс

Время выполнения задания 4 астрономических часа

Каждая задача оценивается в 7 баллов

**7.1.** Расставить в кружках числа 1, 2, 3, 4, 5, 6 так, чтобы суммы чисел в вершинах трёх тёмных треугольников были равны.



**7.2.** В классе 28 учащихся. На классном вечере первая по алфавиту девочка класса танцевала с 3 мальчиками, вторая – с 4, третья – с 5,..., последняя – со всеми мальчиками класса. Сколько девочек учится в классе?

**7.3.** Белка бежит налегке со скоростью 5 м/сек, а с орехом 3 м/сек. На то, чтобы добежать от своего гнезда до орешника и вернуться назад с орехом у неё уходит 2 минуты. На каком расстоянии расположен орешник от её гнезда?

?		32
	35	40
9	21	

**7.4.** Прямоугольник разбит двумя вертикальными и двумя горизонтальными линиями на 9 прямоугольников, периметры некоторых из которых указаны на рисунке. Найти периметр левого верхнего прямоугольника.

**7.5.** Среди 101 монеты есть одна фальшивая, отличающаяся от настоящих по весу, веса настоящих одинаковы. Можно ли за два взвешивания на чашечных весах без гирь определить, какая монета тяжелее: фальшивая или настоящая? Саму фальшивую монету при этом находить не нужно. Чашечные весы показывают только, что тяжелее: то, что положено на левую чашку, чем то что положено на правую, или их вес одинаков.

## Всесибирская олимпиада школьников 2011-2012 г. по математике

### Первый этап

#### 8 класс

Время выполнения задания 4 астрономических часа

Каждая задача оценивается в 7 баллов

**8.1.** В классе 28 учащихся. На классном вечере первая по алфавиту девочка класса танцевала с 3 мальчиками, вторая – с 4, третья – с 5,..., последняя – со всеми мальчиками класса. Сколько девочек учится в классе?

**8.2.** Вода Тихого океана содержит 3,5% соли (по весу). Сколько пресной воды нужно долить к 40 кг такой воды, чтобы содержание соли в смеси составило 0,5%?

**8.3.** Прямоугольник разбит двумя вертикальными и двумя горизонтальными линиями на 9 прямоугольников, периметры некоторых из которых указаны на рисунке. Найти периметр левого верхнего прямоугольника.

?		32
	35	40
9	21	

**8.4.** Учительница дала Кате четыре положительных числа. Катя написала на доске числа 3, 4, 7 и сказала, что каждое из них является суммой каких-то трёх из четырёх данных ей чисел. Докажите, что Катя ошибается.

**8.5.** Среди 101 монеты есть одна фальшивая, отличающаяся от настоящих по весу, веса настоящих одинаковы. Можно ли за два взвешивания на чашечных весах без гирь определить, какая монета тяжелее: фальшивая или настоящая? Саму фальшивую монету при этом находить не нужно. Чашечные весы показывают только, что тяжелее: то, что положено на левую чашку, чем то что положено на правую, или наоборот, или их вес одинаков?

**Всесибирская олимпиада школьников 2011-2012 г. по математике**  
**Первый этап**  
**9 класс**

*Время выполнения задания 4 астрономических часа*

*Каждая задача оценивается в 7 баллов*

**9.1.** Сколько было брёвен, если из них с помощью 52 распилов получили 72 чурки? Каждый распил производится только с одним бревном.

**9.2.** Из 22 кг свежих грибов получается 2,5 кг сухих грибов, содержащих 12% воды. Каков процент воды в свежих грибах?

**9.3.** Истратив половину имевшихся денег, я заметил, что осталось вдвое меньше рублей, чем было первоначально копеек, и столько же копеек, сколько было первоначально рублей. Сколько денег у меня было? Предполагается, что число копеек у меня было меньше 100, а сумма денег с самого начала была ненулевой.

**9.4.** Серединный перпендикуляр к стороне  $BC$  треугольника  $ABC$  пересекает сторону  $AB$  в точке  $D$ , а продолжение стороны  $AC$  за точку  $A$  - в точке  $E$ . Докажите, что  $AD < AE$ .

**9.5.** Между числами 1,2,3,4,5,6 и перед единицей тоже, некоторым образом расставлены знаки «+» и «-». Можно за один раз менять любые два знака на противоположные. Верно ли, что при любой начальной расстановке знаков можно за несколько раз добиться расстановки, после выполнения действий которой над этими числами получится результат, делящийся на 7?

**Всесибирская олимпиада школьников 2011-2012 г. по математике**  
**Первый этап**  
**10 класс**

*Время выполнения задания 4 астрономических часа*

*Каждая задача оценивается в 7 баллов*

**10.1.** Пусть  $a, b$  и  $c$  - длины сторон некоторого треугольника. Доказать, что квадратный трёхчлен  $ax^2 + bx - c$  имеет ровно один корень на отрезке  $(0,1)$ .

**10.2.** В домну, содержащую 1000 кг сплава меди и олова, в котором медь составляет 10%, из одного ковша со скоростью 100 кг/мин льётся сплав тех же металлов, содержащий 12% меди, а из другого ковша со скоростью 200 кг/мин льётся сплав тех же металлов, содержащий 5% меди. Через какое время в домне окажется сплав, содержащий 8% меди?

**10.3.** В трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  угол  $A$  - прямой,  $E$  - точка пересечения диагоналей, а точка  $F$  - проекция  $E$  на сторону  $AB$ . Докажите, что углы  $DFE$  и  $CFE$  равны.

**10.4.** Каждое из двух натуральных чисел равно сумме трёх различных *собственных* делителей другого. Собственным делителем числа называется отличный от него самого натуральный делитель. Докажите, что эти два числа равны.

**10.5.** В Однобоком государстве некоторые города соединены между собой одной дорогой с односторонним движением. При этом при появлении любой новой дороги с односторонним движением, появляется возможность добраться от любого города до любого другого, не нарушая правил. Докажите, что такая возможность есть уже сейчас.

**Всесибирская олимпиада школьников 2011-2012 г. по математике**  
**Первый этап**  
**11 класс**

*Время выполнения задания 4 астрономических часа*

*Каждая задача оценивается в 7 баллов*

**11.1.** Пусть  $a$  и  $b$  - положительные числа. Известно, что сумма минимального значения квадратного трёхчлена  $ax^2 + 8x + b$  и минимального значения квадратного трёхчлена  $bх^2 + 8x + a$  равна нулю. Доказать, что оба этих минимальных значения равны нулю.

**11.2.** Из колбы, содержащей 80 г 10-процентного раствора соли, отливают некоторую часть в пробирку и выпаривают до тех пор, пока процентное содержание соли не повысится втрое. После этого полученный раствор выливают обратно в колбу. В результате содержание соли в колбе повышается на 2 процента. Какое количество раствора отливали из колбы в пробирку?

**11.3.** Найти все решения в целых числах уравнения:  $n^2 + n + m = mn + 5$ .

**11.4.** Отрезки  $AM$  и  $BH$  - соответственно медиана и высота треугольника  $ABC$ . Известно, что  $AH = 1$  и  $2\angle MAC = \angle MCA$ . Найти длину стороны  $BC$ .

**11.5.** На соревнованиях по художественному свисту каждый участник получил целое число баллов. Число баллов у всех участников различно, чем больше баллов, тем выше место участника. Известно, что победитель набрал ровно в 4 раза меньше баллов, чем остальные участники, вместе взятые, участник, занявший третье место, набрал ровно в 9 раз меньше баллов, чем остальные участники, вместе взятые, а участник, занявший последнее место, набрал ровно в 10 раз меньше баллов, чем остальные участники, вместе взятые. Сколько свистунов участвовало в соревнованиях?