Решения задач Заочного этапа Всесибирской олимпиады школьников по математике 2010 – 2011 г.г.

и критерии оценивания решений задач

Указанные ниже рекомендации по оцениванию этапов решения задач допускают снижение оценок при наличии дополнительных погрешностей. Особенно тщательно нужно проверять обоснованность рассуждений в задачах по комбинаторике (8.5,8.6,9.5,9.6,10.4,11.4) и геометрии. **Каждое полное верное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.** Некрасивость решения – не повод для снижения оценки.

Общие рекомендации по оцениванию

1) Верное и полное решение с правильным ответом: 7 баллов,
2) Верное решение с небольшими погрешностями типа арифметических ошибок: 6 баллов,
3) Верное в целом решение с заметными пробелами типа нерассмотренных частных случаев: 4-5 баллов,
4) Высказана идея решения, которая может быть реализована, но сам автор её не довёл до конца: 2-3 балла.
5) Имеются некоторые технические действия, вроде вычисления каких-то промежуточных цифр, относящихся к решению, либо угадан без доказательства ответ: 0-1 балл.

В ряде задач приведены более конкретные замечания по оцениванию именно этих задач. Там, где их нет, нужно руководствоваться общими рекомендациями по оцениванию и здравым смыслом.

Желаем успеха!

8 класс

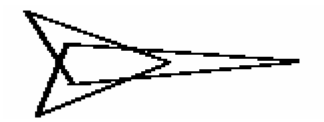
8.1. Ответ. 368 страниц.

Обозначим число страниц в книге за x, из них 9 имеют однозначный номер, 90 – двузначный и $x-99$ - трёхзначный. Тогда $1\cdot 9+2\cdot 90+3(x-99)=996$, откуда $x=368$.

Комментарии к оцениванию.

Только верный ответ: 2 балла. Верный ответ и проверка его: 5 баллов. Предыдущее и замечание, что при большем (меньшем) числе страниц цифр будет больше (меньше): 7 баллов.

8.2. Ответ приведён на рисунке.



8.3. Ответ через 7 минут.

Из условия следует, что к моменту наполнения $3/5$ ванны должна составлять горячая вода, а $2/5$ - холодная. Скорость набора горячей и холодной воды составляет, соответственно, $1/23$ и $1/17$ ванны в час. Следовательно, горячая вода должна течь на $\frac{3/5}{1/23}-\frac{2/5}{1/17}=\frac{69}{5}-\frac{34}{5}=7$ минут дольше.

Комментарии к оцениванию.

Только верный ответ: 2 балла. Верный ответ и проверка его: 5 баллов. Предыдущее и замечание, что при большем (меньшем) числе минут доля горячей воды будет больше (меньше): 7 баллов.

8.4. Рассмотрим параллелограммы *ABCD,APMS* и *MQCR*. Диагональ АС делит каждый из них на два равных треугольника, поэтому площади треугольников *ABC, APM* и *MQC* равны, соответственно, площадям треугольников *ADC, ASM* и *MRC*. Следовательно, площадь параллелограмма *PBQM,* равная разности площади треугольника *ABC* и суммы площадей треугольников *APM* и *MQC*, равна площади параллелограмма *SMRD,* получающейся как разность площади треугольника *ADC* и суммы площадей треугольников *ASM* и *MRC*.

8.5. Ответ. а) нельзя, б) можно.
Для того, чтобы пятак в конце процесса был перевёрнут в противоположное начальному положение, нужно, чтобы он совершил нечётное число переворачиваний. В случае а) каждый раз мы переворачиваем восемь пятаков, поэтому после каждого шага общее число переворачиваний будет чётно, но для переворота девяти пятаков нужно нечётное число переворачиваний, поэтому в данном случае перевернуть все пятаки нельзя.
Покажем, как перевернуть все пятаки в случае б). Рассмотрим два произвольных пятака А и Б, если в первом переворачивании мы перевернём все пятаки, кроме А, а во втором, все, кроме Б, то за два раза мы перевернём А и Б в противоположное положение, а остальные останутся в исходном. Сделав пять таких пар переворачиваний с первым и вторым, третьим и четвёртым, …, девятым и десятым пятаками, мы перевернём их все гербами вверх.
Комментарии к оцениванию.
Пункт а) оценивается в 4 балла, пункт б) – в 3 балла. Только ответы – 0 баллов.

8.6. Ответ. 33 числа.
Разобьём числа от 1 до 100 на 33 числа, делящиеся на 3, 34 числа, дающих при делении на 3 остаток 1, и 33 числа, дающих при делении на 3 остаток 2. По условию, чисел из первой группы можно взять сколько угодно, чисел из второй или третьей групп – не более одного из каждой. Если выбрать хотя бы одно число из второй или третьей групп, то к нему нельзя добавить ни одного числа первой группы и более одного числа противоположной группы. Следовательно, если среди выбранных есть числа второй или третьей групп, то общее количество выбранных чисел не превосходит двух. Значит, нужно выбрать 33 числа первой группы.
Комментарии к оцениванию. Только верный ответ – 0 баллов. Верный ответ с примером: 2 балла. Доказательство максимальности числа 33: 5 баллов. Любой неверный ответ с примером – 0 баллов.

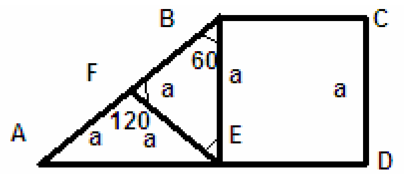
9 класс

9.1. Ответ. 368 страниц.
Обозначим число страниц в книге за x, из них 9 имеют однозначный номер, 90 – двузначный и $x-99$ - трёхзначный. Тогда $1\cdot 9+2\cdot 90+3(x-99)=996$, откуда $x=368$.
Комментарии к оцениванию.
Только верный ответ: 2 балла. Верный ответ и проверка его: 5 баллов. Предыдущее и замечание, что при большем (меньшем) числе страниц цифр будет больше (меньше): 7 баллов.
9.2. Ответ через 7 минут.
Из условия следует, что к моменту наполнения $3/5$ ванны должна составлять горячая вода, а $2/5$ - холодная. Скорость набора горячей и холодной воды составляет, соответственно,

$1/23$ и $1/17$ ванны в час. Следовательно, горячая вода должна течь на $\frac{3/5}{1/23} - \frac{2/5}{1/17} = \frac{69}{5} - \frac{34}{5} = 7$ минут дольше.

Комментарии к оцениванию.
Только верный ответ: 2 балла. Верный ответ и проверка его: 5 баллов. Предыдущее и замечание, что при большем (меньшем) числе минут доля горячей воды будет больше (меньше): 7 баллов.

9.3. Ответ. 30 градусов и 90 градусов.



Пусть длина боковой стороны *AB* равна *2a,* длина боковой сторона *CD* равна *a.* Проведём отрезок *BE,* равный и параллельный *CD* и отметим середину *F* стороны *AB.* В треугольнике *FBE* стороны *FB* и *BE* равны, а угол между ними составляет 180-120=60 градусов, следовательно, он является равносторонним. Тогда в треугольнике *AFE* стороны *AF* и *FE* равны, а угол между ними составляет 120 градусов, следовательно, он является равнобедренным с углом *BAD* при основании, равным 30 градусов.

9.4. Ответ. $x = -1, \sqrt{3}, 2$.

Оценим величины левой и правой частей уравнения. При $x < -2$ правая часть отрицательна, а левая – положительна. поэтому равенство невозможно. При $x > 2$ имеем $x^2 > 2x > x + 2 \geq [x] + 2$, равенство тоже невозможно. Остаётся рассмотреть случай $x \in [-2,2]$. Разбиваем его на интервалы $[-2,-1), [-1,0), [0,1), [1,2), \{2\}$.

В первом случае $[x] = -2$, тогда $x^2 = 0$, то - есть $x = 0$ - посторонний для этого интервала корень.

Во втором случае $[x] = -1$, тогда $x^2 = 1$, то - есть $x = \pm 1$. Первый корень $x = -1$ подходит, второй - посторонний для этого интервала.

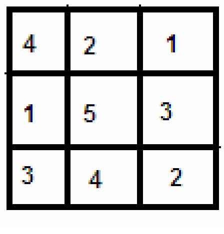
В третьем случае $[x] = 0$, тогда $x^2 = 2$, то - есть $x = \pm\sqrt{2}$. Оба корня посторонние для этого интервала.

В четвёртом случае $[x] = 1$, тогда $x^2 = 3$, то - есть $x = \pm\sqrt{3}$. Первый корень $x = -\sqrt{3}$ посторонний для этого интервала, второй $x = \sqrt{3}$ -.подходит.

В пятом случае $[x] = 2$, тогда $x^2 = 4$, то - есть $x = \pm 2$. Первый корень $x = -2$ посторонний для этого интервала, второй $x = 2$ - подходит.

Комментарии к оцениванию.
Только верный набор ответов: 1 балл. Верный ответ и проверка его: 2 балла. Возможное ошибочное вычисление целой части числа, типа $[-\frac{1}{2}] = 0$ и последующее решение при этом предположении - минус 3 балла. Потеря одного корня – минус 2 балла.

9.5. Ответ. В 5 цветов.



Общее число пар цветов не может превосходить количества перегородок между клетками внутри квадрата 3 на 3, равного 12. Следовательно, число цветов не превосходит пяти. Пример искомой раскраски в пять цветов приведён на рисунке.

Комментарии к оцениванию. Доказательство максимальности числа 5 стоит 5 баллов, пример для 5 цветов стоит 2 балла. Любой неверный ответ с примером – 0 баллов.

9.6. Ответ. 35 чисел.

Разобьём числа от 1 до 100 на 33 числа, делящиеся на 3, 34 числа, дающих при делении на 3 остаток 1, и 33 числа, дающих при делении на 3 остаток 2. Одновременно можно выбрать: любое количество чисел из второй или из третьей групп и не более одного из первой группы. При этом нельзя выбирать числа из второй и третьей групп одновременно. Следовательно, максимальное количество чисел получится, если выбрать все числа второй группы и одно число первой.
Комментарии к оцениванию. Только верный ответ – 0 баллов. Верный ответ с примером: 2 балла. Доказательство максимальности числа 35: 5 баллов. Любой неверный ответ с примером – 0 баллов.

10 класс

10.1. Если сумма всех 2011 чисел нечётна, то хотя бы одно из них нечётно, вычеркнув его, получим 2010 чисел с чётной суммой. Если сумма всех 2011 чисел чётна, то хотя бы одно из них чётно (иначе сумма 2011 нечётных чисел нечётна), вычеркнув его, получим 2010 чисел с чётной суммой.

10.2. Ответ. 50 км/час и 40 км/час.
Исходя из здравого смысла и традиций задач на движение всё происходит на одной прямолинейной дороге, причём можно считать, что Б лежит между А и В. Обозначим скорость поезда, выезжающего из А за x км/час, поезда, выезжающего из Б за y км/час, расстояние от Б до В за S км. По условию: $\frac{60+S}{x}=\frac{S}{y}, \frac{60+S}{x+25}=\frac{S}{y+20}, \frac{S}{y}=2+\frac{S}{y+20}$. Из первого и второго уравнений имеем: $(60+S)y=Sx, (60+S)y+(60+S)20=Sx+25S$, откуда $1200+20S=25S, S=240$. Подставив в третье, получаем
$y^2+20y-2400=0, y=40$. Подставляя в первое, имеем $x=50$.
Комментарии к оцениванию. Только верный ответ – 0 баллов. Верный ответ с проверкой: 2 балла. Верное составление системы уравнений: 3 балла. Фантазии на тему, что всё происходит не на прямой: 0 баллов.

10.3. Ответ. Площадь $ABCD$ в 2 раза больше площади $PQRS$.
Отрезки PQ, QR, RS, TP являются средними линиями треугольников ABC, BCD, CDA, DAB соответственно, поэтому площади треугольников PBQ, QCR, RDS, SAP составляют одну четверть площадей треугольников ABC, BCD, CDA, DAB соответственно. Следовательно, сумма площадей треугольников PBQ, QCR, RDS, SAP составляет одну четверть от суммы площадей треугольников ABC, BCD, CDA, DAB, равной удвоенной площади четырёхугольника $ABCD$. Значит, сумма площадей треугольников PBQ, QCR, RDS, SAP составляет половину площади четырёхугольника $ABCD$, поэтому площадь $PQRS$ тоже равна половине площади $ABCD$.

10.4. Ответ. а) нельзя, б) можно.
Для того, чтобы пятак в конце процесса был перевёрнут в противоположное начальному положение, нужно, чтобы он совершил нечётное число переворачиваний. В случае а) каждый раз мы переворачиваем восемь пятаков, поэтому после каждого шага общее число переворачиваний будет чётно, но для переворота девяти пятаков нужно нечётное число переворачиваний, поэтому в данном случае перевернуть все пятаки нельзя.
Покажем, как перевернуть все пятаки в случае б). Рассмотрим два произвольных пятака А и Б, если в первом переворачивании мы перевернём все пятаки, кроме А, а во втором, все, кроме Б, то за два раза мы перевернём А и Б в противоположное положение, а остальные останутся в исходном. Сделав пять таких пар переворачиваний с первым и вторым,

третьим и четвёртым, …, девятым и десятым пятаками, мы перевернём их все гербами вверх.

Комментарии к оцениванию.

Пункт а) оценивается в 4 балла, пункт б) – в 3 балла. Только ответы – 0 баллов.

10.5. Предположим противное, что $\frac{a}{b} < 3 - b$**.** Тогда $3 - b > \frac{a}{b} > \frac{4-b}{b}$**,** откуда $(b-2)^2 < 0$, что невозможно.

10.6. Ответ. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \pm\sqrt{5}$**.**

Заметим, что $x \neq y$, в противном случае из первого уравнения $x^4 = \frac{16}{9}$, а из второго $x^4 = \frac{8}{3}$, что не одно и то же. Тогда левую часть первого уравнения можно записать как $\frac{x^3 - y^3}{x - y}$, а левую часть второго - как $\frac{x^6 - y^6}{x^2 - y^2}$. Поделив второе на первое, получим: $x^2 - xy + y^2 = 2$. Вычитая из первого уравнения, получим $xy = 1$. Сложив это равенство с первым уравнением, имеем $(x+y)^2 = 5, x + y = \pm\sqrt{5}$, откуда $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x+y}{xy} = \pm\sqrt{5}$**.**

Комментарии к оцениванию. Только верный ответ с примерами значений переменных для него – 1 балл. Потеря отрицательного корня – минус 1 балл.

Кроме того, ввиду имевшейся в тексте существенной опечатки: $x^2 + xy + y^2 = 4, x^4 + xy^2 + y^4 = 8$ вместо $x^2 + xy + y^2 = 4, x^4 + x^2y^2 + y^4 = 8$**,** исправленной достаточно поздно, все решения справедливые для условия с опечаткой, считать верными. Опечатка, где вместо «x и y» значится «a и b» могла быть исправлена, исходя из здравого смысла и не считается существенной.

11 класс

11.1. Если сумма всех 2011 чисел нечётна, то хотя бы одно из них нечётно, вычеркнув его, получим 2010 чисел с чётной суммой. Если сумма всех 2011 чисел чётна, то хотя бы одно из них чётно (иначе сумма 2011 нечётных чисел нечётна), вычеркнув его, получим 2010 чисел с чётной суммой.

11.2. Ответ. 50 км/час и 40 км/час.

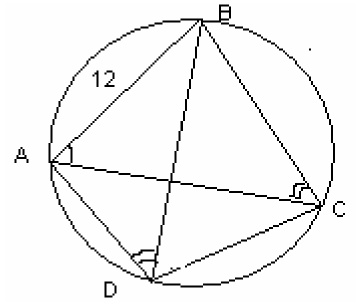
Исходя из здравого смысла и традиций задач на движение всё происходит на одной прямолинейной дороге, причём можно считать, что Б лежит между А и В. Обозначим скорость поезда, выезжающего из А за x км/час, поезда, выезжающего из Б за y км/час, расстояние от Б до В за S км. По условию: $\frac{60+S}{x} = \frac{S}{y}, \frac{60+S}{x+25} = \frac{S}{y+20}, \frac{S}{y} = 2 + \frac{S}{y+20}$. Из первого и второго уравнений имеем: $(60+S)y = Sx, (60+S)y + (60+S)20 = Sx + 25S$**,** откуда $1200 + 20S = 25S, S = 240$**.** Подставив в третье, получаем

$y^2 + 20y - 2400 = 0, y = 40$**.** Подставляя в первое, имеем $x = 50$.

Комментарии к оцениванию. Только верный ответ – 0 баллов. Верный ответ с проверкой: 2 балла. Верное составление системы уравнений: 3 балла. Любые фантазии на тему, что всё происходит не на прямой: 0 баллов.

11.3. Ответ. Длина стороны BC равна 9 см.

Сумма углов BAD и BCD равна 180 градусов, поэтому четырёхугольник $ABCD$ вписанный, величина угла ADB равна величине угла ACB, как опирающегося на одну дугу. Применив для треугольника ABC теорему синусов, получаем $\frac{AB}{0{,}44} = \frac{BC}{0{,}33}$, откуда $BC = \frac{3}{4}AB = 9$ см.



11.4. Ответ. 1165.
Разобьём все натуральные числа на группы из последовательных 14 чисел в каждой. Из первой группы после стирания останутся 6 чисел: 1,3,5,9,11,13. Из каждой следующей останутся те же числа плюс номер группы без единицы, умноженный на 14. Поскольку $500 = 6\cdot 83 + 2$, то на пятисотом месте после стирания стоит второе число 84-ой шестёрки, то – есть $3 + 14\cdot 83 = 1165$.
Комментарии к оцениванию. Только верный ответ – 0 баллов.

11.5. Ответ. $\frac{2}{3}(1+\frac{1}{n^2+n})$.

Представим общий член произведения в виде: $a_k = \frac{k^3-1}{k^3+1} = \frac{(k-1)(k^2+k+1)}{(k+1)(k^2-k+1)}$ и заметим, что $k^2+k+1 = (k+1)^2-(k+1)+1$. Отсюда следует, что вторая скобка числителя a_k сократится со второй скобкой знаменателя a_{k+1} для всех $k = 2,...,n-1$, поэтому в ответе от этих скобок останется $\frac{n^2+n+1}{2^2-2+1} = \frac{n^2+n+1}{3}$. Аналогично, первая скобка числителя a_k сократится с первой скобкой знаменателя a_{k-2} для всех $k = 4.,...,n$, поэтому в ответе от этих скобок останется $\frac{(2-1)(3-1)}{((n-1)+1)(n+1)} = \frac{2}{n^2+n}$. Перемножив, получим ответ: $\frac{n^2+n+1}{3}\cdot\frac{2}{n^2+n} = \frac{2}{3}(1+\frac{1}{n^2+n})$. Можно добавить, что при n, стремящемся к бесконечности, это произведение стремится к $\frac{2}{3}$.

Комментарии к оцениванию. Только верный ответ – 0 баллов. С проверкой на частных случаях: 1 балл.

11.6. Считаем уравнения занумерованными в циклическом порядке от 1 до 5. Заметим, что среди трёх уравнений, имеющих общий корень, обязательно есть два соседних (1 и 5 тоже считаем соседними). Без ограничения общности можно считать, что это первое и второе уравнения, то – есть существует число x_0 такое, что $ax_0^4 + bx_0^3 + cx_0^2 + dx_0 + e = 0$ и $bx_0^4 + cx_0^3 + dx_0^2 + ex_0 + a = 0$. Умножим первое равенство на x_0, вычтем из этого выражения второе равенство, получим: $a(x_0^5 - 1) = 0$. По условию, $a \neq 0$, поэтому $x_0 = 1$- единственно возможный (в области действительных чисел) общий корень первого и второго уравнений. Тогда $ax_0^4 + bx_0^3 + cx_0^2 + dx_0 + e = a + b + c + d + e = 0$, откуда следует, что сумма коэффициентов каждого уравнения равна 0, поэтому $x_0 = 1$ удовлетворяет каждому уравнению.
Замечание. Можно показать, что утверждение задачи справедливо и в поле комплексных чисел. Пусть x_0 - произвольное комплексное решения уравнения $x^5 - 1 = 0$ (всего 5 различных решений, только одно из которых $x_0 = 1$ является вещественным числом).

Тогда $a(x_0{}^5-1)=b(x_0{}^5-1)=c(x_0{}^5-1)=d(x_0{}^5-1)=e(x_0{}^5-1)=0$. Тогда, если $ax_0{}^4+bx_0{}^3+cx_0{}^2+dx_0+e=0$, то, умножив это на x_0, вычтем из него $a(x_0{}^5-1)=0$, получим $bx_0{}^4+cx_0{}^3+dx_0{}^2+ex_0+a=0$. Аналогично, умножив последнее на x_0, вычтем из него $b(x_0{}^5-1)=0$, получим $cx_0{}^4+dx_0{}^3+ex_0{}^2+ax_0+b=0$ и так далее, убеждаясь, что x_0 является корнем всех уравнений.

Комментарии к оцениванию. Обоснование того, что среди трёх уравнений, имеющих общий корень, обязательно есть два соседних: 2 балла. Оставшаяся часть рассуждения: 5 баллов. Безосновательное утверждение. Что общим корнем является единица: 1 балл.

Критерии оценивания решений задач

Указанные ниже рекомендации по оцениванию этапов решения задач допускают снижение оценок при наличии дополнительных погрешностей. Особенно тщательно нужно проверять обоснованность рассуждений в задачах по комбинаторике (8.5,8.6,9.5,9.6,10.4,11.4) и геометрии. **Каждое полное верное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.** Некрасивость решения – не повод для снижения оценки.

Общие рекомендации по оцениванию

1) Верное и полное решение с правильным ответом: 7 баллов,
2) Верное решение с небольшими погрешностями типа арифметических ошибок: 6 баллов,
3) Верное в целом решение с заметными пробелами типа нерассмотренных частных случаев: 4-5 баллов,
4) Высказана идея решения, которая может быть реализована, но сам автор её не довёл до конца: 2-3 балла.
5) Имеются некоторые технические действия, вроде вычисления каких-то промежуточных цифр, относящихся к решению, либо угадан без доказательства ответ: 0-1 балл.

В ряде задач приведены более конкретные замечания по оцениванию именно этих задач. Там, где их нет, нужно руководствоваться общими рекомендациями по оцениванию и здравым смыслом.

Критерии по конкретным задачам с учётом проверки части работ

Некоторые критерии могут показаться формальными, но учитывая, что работа была заочная, составителю они представляются оправданными и не слишком жёсткими. Крайне желательно всем следовать им единообразно.

8.1. Только верный ответ: 2 балла. Верный ответ и проверка его: 5 баллов. Предыдущее и замечание, что при большем (меньшем) числе страниц цифр будет больше (меньше): 7 баллов.
8.3. Только верный ответ: 2 балла. Верный ответ и проверка его: 5 баллов. Предыдущее и замечание, что при большем (меньшем) числе минут доля горячей воды будет больше (меньше): 7 баллов.
8.5. Пункт а) оценивается в 4 балла, пункт б) – в 3 балла. При этом, если в а) без доказательства утверждается, что после каждого раза число перевёрнутых пятаков чётно, оцениваем в 2 балла. Только ответы – 0 баллов.
8.6. Только верный ответ – 0 баллов. Верный ответ с примером: 2 балла. Доказательство максимальности числа 33: 5 баллов. Любой неверный ответ с примером – 0 баллов.

9.1. Только верный ответ: 2 балла. Верный ответ и проверка его: 5 баллов. Предыдущее и замечание, что при большем (меньшем) числе страниц цифр будет больше (меньше): 7 баллов.
9.2. Только верный ответ: 2 балла. Верный ответ и проверка его: 5 баллов. Предыдущее и замечание, что при большем (меньшем) числе минут доля горячей воды будет больше (меньше): 7 баллов.
9.4. Только верный набор ответов: 1 балл. Верный ответ и проверка его: 2 балла. Возможное ошибочное вычисление целой части числа, типа $[-\frac{1}{2}]=0$ и последующее решение при этом предположении - минус 3 балла. Потеря одного корня – минус 2 балла. Голословное заявление, что $x^2 \leq 2$ с верно найденными корнями- не более 3 очков.
9.5. Доказательство максимальности числа 5 стоит 5 баллов, пример для 5 цветов стоит 2 балла. Любой неверный ответ с примером – 0 баллов.

9.6. Только верный ответ – 0 баллов. Верный ответ с примером: 2 балла. Доказательство максимальности числа 35: 5 баллов. Любой неверный ответ с примером – 0 баллов.

10.1. В решении должно быть чёткое указание, почему при стирании число необходимой чётности существует – из-за нечётности количества чисел данной чётности, либо чего-то ещё. При отсутствии таких указаний вообще снимаем 3 балла.
10.2. Только верный ответ – 0 баллов. Верный ответ с проверкой: 2 балла. Верное составление системы уравнений: 3 балла. Фантазии на тему, что всё происходит не на прямой не читаем. Нерассмотрение случая, когда В лежит между А и Б – снимаем 2 балла, за включение ответа для этого случая в общий ответ без комментария, что это физически неправдоподобно – снимаем 1 балл. Рассмотрен только этот случай – оцениваем в 3 балла.
10.4. Пункт а) оценивается в 2 баллов, пункт б) – в 2 балла. При этом, если в а) без доказательства утверждается, что после каждого раза число перевёрнутых пятаков чётно, оцениваем в 2 балла. Только ответы – 0 баллов.
10.6. Только верный ответ с примерами значений переменных для него – 1 балл. Потеря отрицательного корня – минус 1 балл.
Кроме того, ввиду имевшейся в тексте существенной опечатки: $x^2+xy+y^2=4, x^4+xy^2+y^4=8$ вместо $x^2+xy+y^2=4, x^4+x^2y^2+y^4=8$**,** исправленной достаточно поздно, все решения справедливые для условия с опечаткой, считать верными. Опечатка, где вместо «x и y» значится «a и b» могла быть исправлена, исходя из здравого смысла и не считается существенной.

11.1. В решении должно быть чёткое указание, почему при стирании число необходимой чётности существует – из-за нечётности количества чисел данной чётности, либо чего-то ещё. При отсутствии таких указаний вообще снимаем 3 балла.
11.2. Только верный ответ – 0 баллов. Верный ответ с проверкой: 2 балла. Верное составление системы уравнений: 3 балла. Фантазии на тему, что всё происходит не на прямой не читаем. Нерассмотрение случая, когда В лежит между А и Б – снимаем 2 балла, за включение ответа для этого случая в общий ответ без комментария, что это физически неправдоподобно – снимаем 1 балл. Рассмотрен только этот случай – оцениваем в 3 балла.
11.3. В решении должно быть прямое указание либо на равенство углов ADB и ACB, как опирающихся на одну дугу, либо на применение теоремы синусов в полной форме для треугольников ADB и ACB с равным радиусом описанной окружности. Если этого нет – снимаем 4 балла.
11.4. Только верный ответ – 0 баллов. Если в решении использование разбиение натурального ряда на семёрки, но потом не указано, что выбор второго оставшегося от семёрки числа зависит от чётности номера этой семёрки – минус 3 балла.
11.5. Только верный ответ – 0 баллов. С проверкой на частных случаях: 1 балл. В решении должно быть прямое, как и почему при разложении общего члена произведения в виде: $a_k=\dfrac{k^3-1}{k^3+1}=\dfrac{(k-1)(k^2+k+1)}{(k+1)(k^2-k+1)}$ вторая скобка числителя a_k сократится со второй скобкой знаменателя a_{k+1} для всех $k=2,...,n-1,$. Если это делается только для двух последних членов без комментариев, что аналогично и для каждых двух – минус 1 балл.
11.6. Обоснование того, что среди трёх уравнений, имеющих общий корень, обязательно есть два соседних: 2 балла. Оставшаяся часть рассуждения: 5 баллов. Безосновательное утверждение, что общим корнем является единица: 1 балл. Рассмотрение только случая трёх подряд идущих уравнений стоит 3 балла.