

**Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение дополнительного образования детей  
«Заочная физико-техническая школа  
Московского физико-технического института  
(государственного университета)»**

**ФИЗИКА**

**Термодинамика и молекулярная физика**

Задание №2 для 11-х классов

(2013 – 2014 учебный год)



г. Долгопрудный, 2013

*Составитель:* В.И. Чивилёв, доцент кафедры общей физики МФТИ.

Физика: задание №2 для 11-х классов (2013 – 2014 учебный год),  
2013, 28 с.

**Дата присылки заданий по физике и математике – 28 октября 2013 г.**

Учащийся должен стараться выполнять все задачи и контрольные вопросы в заданиях. Некоторая часть теоретического материала, а также часть задач и контрольных вопросов, являются сложными и потребуют от учащегося больше усилий при изучении и решении. В целях повышения эффективности работы с материалом они обозначены символом «\*» (звёздочка). Мы рекомендуем приступать к этим задачам и контрольным вопросам в последнюю очередь, разобравшись вначале с более простыми.

Составитель:

**Чивилёв Виктор Иванович**

Подписано 05.07.13. Формат 60×90 1/16.

Бумага типографская. Печать офсетная. Усл. печ. л. 1,75.

Уч.-изд. л. 1,55. Тираж 1000. Заказ №10-з.

Заочная физико-техническая школа  
Московского физико-технического института  
(государственного университета)  
ООО «Печатный салон ШАНС»

Институтский пер., 9, г. Долгопрудный, Москов. обл., 141700.

ЗФТШ, тел./факс (495) 408-51-45 – **заочное отделение**,

тел./факс (498) 744-63-51 – **очно-заочное отделение**,

тел. (499) 755-5580 – **очное отделение**.

*e-mail: [zftsh@mail.mipt.ru](mailto:zftsh@mail.mipt.ru)*

**Наш сайт: [www.school.mipt.ru](http://www.school.mipt.ru)**

© ЗФТШ, 2013

### От автора задания

Это задание предназначено для повторения молекулярной физики и термодинамики. Задание сделано двухуровневым: основной уровень и повышенный уровень. В тексте задания материал повышенного уровня выделен звёздочкой. Этот материал может понадобиться при работе с предназначенными для самостоятельного решения контрольными вопросами и задачами повышенного уровня (отмечены звёздочкой).

## §1. Основы молекулярно-кинетической теории

Под идеальным газом понимают газ, состоящий из молекул, удовлетворяющих двум условиям: 1) размеры молекул малы по сравнению со средним расстоянием между ними; 2) силы притяжения и отталкивания между молекулами проявляются только на расстояниях между ними, сравнимых с размерами молекул.

Молекулы идеального газа могут состоять из одного атома, двух и большего числа атомов.

Для простейшей модели одноатомного идеального газа, представляющей собой совокупность маленьких твёрдых шариков, упруго соударяющихся друг с другом и со стенками сосуда, можно вывести, используя законы механики Ньютона, *основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа*:

$$P = \frac{2}{3} n \bar{E}. \quad (1)$$

Здесь  $P$  – давление газа,  $n$  – концентрация молекул (число молекул в единице объёма),  $\bar{E}$  – средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы (сумма кинетической энергии поступательного движения всех молекул в сосуде, делённая на число молекул в сосуде). Вывод этого уравнения дан в школьном учебнике.

Уравнение (1) оказывается справедливым и для многоатомного идеального газа, молекулы которого могут вращаться и обладать, поэтому, кинетической энергией вращения. Полная кинетическая энергия многоатомной молекулы складывается из кинетической энергии поступательного движения  $E = m_0 v^2 / 2$  ( $m_0$  – масса молекулы,  $v$  – скорость центра масс молекулы) и кинетической энергии вращения. В случае многоатомного идеального газа в (1) под  $\bar{E}$  подразумевается только средняя кинетическая энергия поступательного движения мо-

лекулы:  $\overline{E} = m_0 \overline{v^2} / 2$ , где  $\overline{v^2}$  – среднее значение квадрата скорости молекулы.

Пусть есть смесь нескольких идеальных газов. Для каждого газа можно записать уравнение  $P_i = \frac{2}{3} n_i \overline{E}_i$ , где  $n_i$  – концентрация молекул  $i$ -го газа,  $P_i$  – *парциальное давление* этого газа (давление при мысленном удалении из сосуда молекул других газов). Поскольку давление на стенку сосуда обусловлено ударами о неё молекул, то общее давление смеси идеальных газов равно сумме парциальных давлений отдельных газов:

$$P = \sum_i P_i \text{ – закон Дальтона.}$$

Температуру можно ввести разными способами. Не останавливаясь на них, отметим, что у идеального газа средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул  $\overline{E}$  связана с температурой  $T$  соотношением:

$$\overline{E} = \frac{3}{2} kT, \quad (2)$$

где  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К – постоянная Больцмана. При этом мы считаем, что движение молекул описывается законами механики Ньютона. В системе СИ температура  $T$  измеряется в градусах Кельвина (К). В быту температуру часто измеряют в градусах Цельсия ( $^{\circ}\text{C}$ ). Температуры, измеряемые по шкале Кельвина  $T$  и по шкале Цельсия  $t$ , связаны численно соотношением:  $T = t + 273$ .

Итак, температура является мерой средней кинетической энергии поступательного движения молекул:  $m_0 \overline{v^2} / 2 = \frac{3}{2} kT$ . Величина

$$v_{\text{кв}} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} \quad (3)$$

называется средней квадратичной скоростью. Ясно, что  $v_{\text{кв}}^2 = \overline{v^2}$ . Она характеризует скорость хаотического движения молекул, называемого ещё тепловым движением. Интересно заметить, что средняя квадратичная скорость молекул идеального газа почти не отличается от средней арифметической скорости молекул  $v_{\text{ср}}$  (среднее значение модуля скорости):  $v_{\text{кв}} \approx 1,085 v_{\text{ср}}$ . Поэтому под средней скоростью тепло-

вого движения молекул идеального газа можно понимать любую из этих скоростей.

## §2. Уравнение состояния идеального газа

Связь между давлением, концентрацией и температурой для идеального газа можно получить, исключив  $\bar{E}$  из равенств (1) и (2):

$$P = nkT. \quad (4)$$

Поскольку  $n = \frac{N}{V}$  ( $N$  – число молекул в сосуде объёмом  $V$ ), то равенство (4) принимает вид:

$$PV = NkT. \quad (5)$$

Пусть  $m$  – масса газа в сосуде,  $\mu$  – молярная масса данного газа, тогда  $\nu = \frac{m}{\mu}$  есть число молей газа в сосуде. Число молекул  $N$  в сосуде,

число молей газа  $\nu$  и постоянная Авогадро  $N_A$  связаны соотношением  $N = \nu N_A$ . Подставляя это выражение для  $N$  в (5), получаем:

$$PV = \nu N_A kT. \quad \text{Произведение постоянной Авогадро}$$

$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$  на постоянную Больцмана  $k$  называют *универсальной газовой постоянной*:  $R = N_A \cdot k \approx 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$ . Таким образом,

$$PV = \nu RT. \quad (6)$$

Это уравнение, связывающее давление  $P$ , объём  $V$ , температуру  $T$  (по шкале Кельвина) и число молей идеального газа  $\nu$ , в записи

$$PV = \frac{m}{\mu} RT \quad (7)$$

называется *уравнением Менделеева – Клапейрона*.

Из равенства (7) легко получить зависимость между давлением  $P$ , плотностью  $\rho$   $\left(\rho = \frac{m}{V}\right)$  и температурой  $T$  идеального газа

$$P = \frac{\rho}{\mu} RT. \quad (8)$$

Каждое из уравнений (5), (6) и (7), связывающих три макроскопических параметра газа  $P, V$  и  $T$ , называется уравнением состояния идеального газа. Здесь, конечно, речь идёт только о газе, находящемся в *состоянии термодинамического равновесия*, которое означает, что все макроскопические параметры не изменяются со временем.

Несколько слов о *равновесных процессах*. Если процесс с идеальным газом (или любой термодинамической системой) идёт достаточно медленно, то давление и температура газа во всём объёме газа успевают выровняться и принимают в каждый момент времени одинаковые по всему объёму значения. Это означает, что газ проходит через последовательность равновесных (почти равновесных) состояний. Такой процесс с газом называется равновесным. Другое название равновесного процесса – *квазистатический*. Все реальные процессы протекают с конечной скоростью и поэтому неравновесны. Но в ряде случаев неравновесностью можно пренебречь. В равновесном процессе в каждый момент времени температура  $T$ , давление  $P$  и объём  $V$  газа имеют вполне определённые значения, т. е. существует зависимость между  $P$  и  $T$ ,  $V$  и  $T$ ,  $P$  и  $V$ . Это означает, что равновесный процесс можно изображать в виде графиков этих зависимостей. Неравновесный процесс изобразить графически невозможно.

Напомним ещё раз, что соотношения (4) – (8) справедливы только для идеальных газов. В смеси нескольких идеальных газов уравнения вида (4) – (8) справедливы для каждого газа в отдельности, причём объём  $V$  и температура  $T$  у всех газов одинаковы, а парциальные давления отдельных газов и общее давление в смеси связаны законом Дальтона.

Покажем, что для смеси идеальных газов общее давление  $P$ , объём  $V$ , температура  $T$  и суммарное число молей  $\nu$  связаны равенством

$$PV = \nu RT, \quad (9)$$

которое внешне совпадает с равенством (6) для одного газа.

Запишем уравнение состояния для каждого сорта газа:

$$P_1 V = \nu_1 RT,$$

$$P_2 V = \nu_2 RT,$$

.....

Сложив все уравнения и учтя, что  $\nu = \nu_1 + \nu_2 + \dots$  и  $P = P_1 + P_2 + \dots$  (по закону Дальтона), получим (9).

Для смеси идеальных газов можно записать уравнение

$$PV = \frac{m}{\mu_{\text{ср}}} RT, \quad (10)$$

аналогичное уравнению (7) для одного газа. Здесь  $P$  – давление в смеси,  $V$  – объём смеси,  $m = m_1 + m_2 + \dots$  – масса смеси,  $T$  – температура

тура смеси,  $\mu_{\text{cp}} = \frac{m}{\nu}$  – средняя молярная масса смеси, состоящей из  $\nu = \nu_1 + \nu_2 + \dots$  молей.

Действительно, равенство (9) для смеси идеальных газов можно записать в виде  $PV = \frac{m}{m/\nu} RT$ . Учитывая, что  $\frac{m}{\nu}$  есть  $\mu_{\text{cp}}$ , получим (10). Например, средняя молярная масса атмосферного воздуха, в котором азот ( $\mu_{\text{N}_2} = 28$  г/моль) преобладает над кислородом ( $\mu_{\text{O}_2} = 32$  г/моль), равна 29 г/моль.

Поведение реальных газов при достаточно низких температурах и больших плотностях газов уже плохо описывается моделью идеального газа.

**Задача 1.** В сосуде объёмом 4 л находится 6 г газа под давлением 80 кПа. Оценить среднюю квадратичную скорость молекул газа.

**Решение.** В задаче  $V = 4$  л =  $4 \cdot 10^{-3}$  м<sup>3</sup>,  $m = 6$  г =  $6 \cdot 10^{-3}$  кг,  $P = 80$  кПа =  $8 \cdot 10^4$  Па. Запишем уравнение состояния газа  $PV = NkT$ .

Если через  $m_0$  обозначить массу молекулы, то  $N = \frac{m}{m_0}$ ;

$\frac{m_0 \overline{v_{\text{кв}}}^2}{2} = \frac{3}{2} kT$ . Исключая из записанных уравнений  $N$  и  $T$ , находим среднюю квадратичную скорость

$$\overline{v_{\text{кв}}} = \sqrt{\frac{3PV}{m}} = 400 \text{ м/с}.$$

**Задача 2.** Идеальный газ изотермически расширяют, затем изохорически нагревают и изобарически возвращают в исходное состояние. Нарисовать графики этого равновесного процесса в координатах  $P, V$ ;  $V, T$ ;  $P, T$ .

**Решение.** Построим график в координатах  $P, V$ . В процессе изотермического расширения из состояния 1 в состояние 2 зависимость давления газа  $P$  от объёма  $V$  имеет вид:  $P = \frac{\nu RT}{V}$ , что следует из уравнения состояния идеального газа. Поскольку температура  $T$  постоянна, то  $P = \frac{\text{const}}{V}$ , т. е. изотерма 1 – 2 является гиперболой (рис. 1). В дальнейшем при изохорическом нагревании  $V = \text{const}$ , и зависи-

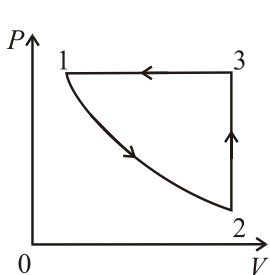


Рис. 1

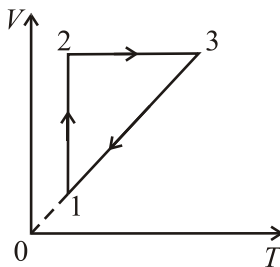


Рис. 2

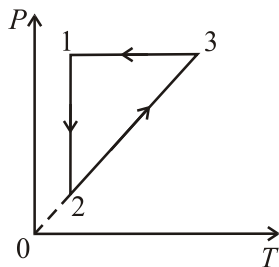


Рис. 3

мость  $P$  от  $V$  изображается в координатах  $P, V$  отрезком вертикальной прямой 2 – 3. Изобарический процесс изображается отрезком горизонтальной прямой 3 – 1. Графики этого процесса в других координатах строятся аналогично и приведены на рис 2 и 3.

**Задача 3.** В сосуде находится смесь 10 г углекислого газа и 15 г азота. Найти плотность этой смеси при температуре  $27^\circ\text{C}$  и давлении 150 кПа. Газы считать идеальными.

**Решение.**  $m_1 = 10 \text{ г} = 10^{-2} \text{ кг}$  – масса углекислого газа,  $m_2 = 15 \text{ г} = 15 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$  – масса азота;  $\mu_1 = 44 \frac{\text{г}}{\text{моль}} = 44 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ ,  $\mu_2 = 28 \frac{\text{г}}{\text{моль}} = 28 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$  – молярные массы углекислого газа и азота; температура и давление  $T = 300 \text{ К}$ ,  $P = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Па}$ . Запишем уравнение состояния для каждого газа:  $P_1 V = \frac{m_1}{\mu_1} RT$ ,  $P_2 V = \frac{m_2}{\mu_2} RT$ . Сложив эти уравнения и учтя, что по закону Дальтона  $P = P_1 + P_2$ , получим

$$PV = \left( \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \right) RT.$$

Следует отметить, что последнее уравнение можно было бы записать и сразу, если воспользоваться готовым результатом (9).

Выразим из полученного уравнения объём смеси  $V$  и подставим его в выражение для плотности смеси  $\rho = (m_1 + m_2)/V$ . Окончательно,

$$\rho = \frac{(m_1 + m_2)P}{\left( \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \right) RT} \approx 1,97 \text{ кг/м}^3 \approx 2,0 \text{ кг/м}^3.$$



**Задача 4.** При комнатной температуре четырёхокись азота частично диссоциирует на двуокись азота:  $\text{N}_2\text{O}_4 \rightarrow 2\text{NO}_2$ . В откачанный сосуд объёмом  $V = 250 \text{ см}^3$  вводится  $m = 0,92 \text{ г}$  жидкой четырёхокси азота. Когда температура в сосуде увеличивается до  $t = 27^\circ\text{C}$ , жидкость полностью испаряется, а давление становится равным  $P = 129 \text{ кПа}$ . Какая часть четырёхокси азота при этом диссоциирует?

**Решение.** Пусть диссоциирует масса  $m_1$ . Тогда парциальное давление двуокиси азота  $P_1 = \frac{m_1}{\mu_1 V} RT$ , где  $\mu_1 = 46 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ . Парциальное давление четырёхокси азота  $P_2 = \frac{m - m_1}{\mu_2 V} RT$ , где  $\mu_2 = 92 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ .

По закону Дальтона  $P = P_1 + P_2$ . Подставив в последнее равенство выражения для  $P_1$  и  $P_2$ , получаем:

$$m_1 = \frac{\mu_1 \left( \frac{PV}{RT} \mu_2 - m \right)}{\mu_2 - \mu_1} \approx 0,27 \text{ г}.$$

### §3. Внутренняя энергия

Возьмём макроскопическое тело и перейдём в систему отсчёта, связанную с этим телом. В состав внутренней энергии тела входят кинетическая энергия поступательного движения и вращательного движения молекул, энергия колебательного движения атомов в молекулах, потенциальная энергия взаимодействия молекул друг с другом, энергия электронов в атомах, внутриядерная энергия и др.

Будем рассматривать явления, в которых молекулы не изменяют своего строения, а температура ещё не так велика, чтобы была необходимость учитывать энергию колебаний атомов в молекуле. При таких явлениях изменение внутренней энергии тела происходит только за счёт изменения кинетической энергии молекул и потенциальной энергии их взаимодействия друг с другом. Для общего баланса энергии имеет значение не сама внутренняя энергия, а её изменение. Поэтому под внутренней энергией макроскопического тела можно подразумевать только сумму кинетической энергии теплового движения всех молекул и потенциальной энергии их взаимодействия.

Внутренняя энергия есть *функция состояния тела*, и определяется макроскопическими параметрами, характеризующими состояние термодинамического равновесия тела.

Потенциальная энергия взаимодействия молекул идеального газа принимается равной нулю. Поэтому *внутренняя энергия идеального газа* состоит только из кинетической энергии поступательного и вращательного движения молекул и *зависит только от температуры*. Внутренняя энергия идеального газа от объёма газа не зависит, поскольку расстояние между молекулами не влияет на внутреннюю энергию.

Потенциальная энергия взаимодействия молекул реальных газов, жидкостей и твёрдых тел зависит от расстояния между молекулами. В этом случае внутренняя энергия зависит не только от температуры, но и от объёма.

Найдём выражения для внутренней энергии одноатомного идеального газа. Средняя кинетическая энергия одной молекулы этого газа даётся выражением (2). Поскольку в газе массой  $m$  и молярной массой

$\mu$  содержится  $\nu = \frac{m}{\mu}$  молей и  $\frac{m}{\mu} N_A$  молекул, то сумма кинетической энергии всех молекул, содержащихся в массе  $m$  газа, равна  $\frac{m}{\mu} N_A \cdot \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \frac{m}{\mu} RT$ , где  $R = kN_A$  – универсальная газовая постоянная.

Итак, внутренняя энергия одноатомного идеального газа

$$U = \frac{3}{2} \frac{m}{\mu} RT = \frac{3}{2} \nu RT.$$

Анализ этой формулы подтверждает высказанное выше утверждение, что внутренняя энергия некоторой массы конкретного идеального газа зависит только от температуры.

#### **§4. Работа в термодинамике**

Работа, совершаемая термодинамической системой (телом) над окружающими телами, равна по модулю и противоположна по знаку работе, совершаемой окружающими телами над системой.

При совершении работы часто встречается случай, когда объём тела меняется. Пусть тело (обычно – газ) находится под давлением  $P$  и при произвольном изменении формы изменяет свой объём на малую

величину  $\Delta V$ . Работа, совершаемая телом над окружающими телами, равна

$$\Delta A = P\Delta V. \quad (11)$$

При положительном  $\Delta V$  (увеличение объёма газа) работа положительна, при  $\Delta V < 0$  – отрицательна. Вывод этого выражения для работы дан в школьном учебнике для частного случая расширения газа, находящегося в цилиндре под поршнем при постоянном давлении.

Любой равновесный процесс, в котором давление будет меняться по некоторому закону от объёма, можно разбить на последовательность элементарных процессов с достаточно малым изменением объёма в каждом процессе, вычислить элементарные работы во всех процессах и затем все их сложить. В результате получится работа тела (газа) в процессе с переменным давлением. В координатах  $P, V$  абсолютная величина этой работы равна площади под кривой, изображающей зависимость  $P$  от  $V$  при переходе из состояния 1 в состояние 2 (рис. 4). Математически работа выражается интегралом:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P(V) dV.$$

В изобарном процессе, когда давление  $P = \text{const}$ , работа тела над окружающими телами  $A = P\Delta V$ , где  $\Delta V$  – изменение объёма тела за весь процесс, т. е.  $\Delta V$  уже не обязательно мало.

**Задача 5.** Газ переходит из состояния с объёмом  $V_1$  и давлением  $P_1$  в состояние с объёмом  $V_2$  и давлением  $P_2$  в процессе, при котором его давление  $P$  зависит от объёма  $V$  линейно (рис. 5). Найти работу газа (над окружающими телами).

**Решение.** Работа газа равна заштрихованной на рис. 5 площади трапеции:

$$A = \frac{1}{2} (P_1 + P_2) (V_2 - V_1).$$

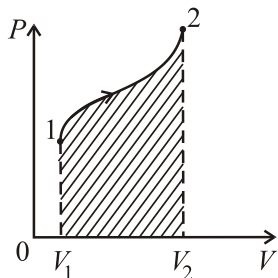


Рис. 4

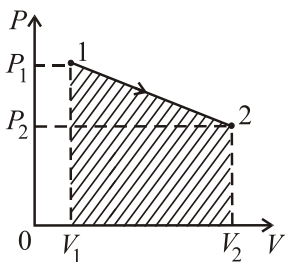


Рис. 5

## §5. Количество теплоты. Теплоёмкость

*Энергия, передаваемая телу окружающей средой (другим телом) без совершения работы, называется количеством теплоты. Такой процесс передачи энергии называется теплообменом.*

Сообщим телу (термодинамической системе) в некотором процессе небольшое количество теплоты  $\Delta Q$ . Будем считать  $\Delta Q > 0$ , если тело получает теплоту, и  $\Delta Q < 0$ , если отдаёт теплоту. Температура тела при этом изменяется на величину  $\Delta T$ . При повышении температуры  $\Delta T > 0$ , при понижении температуры  $\Delta T < 0$ . *Теплоёмкостью* тела в данном процессе называется величина

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}. \quad (12)$$

Из определения теплоёмкости не следует, что она должна оставаться постоянной в данном процессе. Теплоёмкость может изменяться в течение процесса.

Ясно, что теплоёмкость одного и того же тела может быть положительной, отрицательной, нулевой и даже бесконечной в зависимости от характера процесса. Приведём примеры. Пусть есть газ в цилиндре с поршнем (рис. 6). Осуществим с этим газом четыре различных процесса.

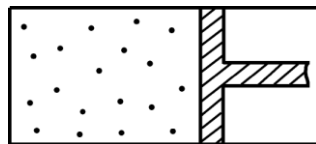


Рис. 6

**Первый процесс.** Будем подогревать газ, закрепив поршень. В таком процессе, когда объём газа постоянен,  $\Delta Q > 0$  и  $\Delta T > 0$ . Следовательно,  $C = \Delta Q / \Delta T > 0$ .

**Второй процесс.** Передвигаем поршень влево, уменьшая объём газа. Газ будет нагреваться, т. е.  $\Delta T > 0$ . Дадим возможность газу отдавать тепло через стенки цилиндра окружающей среде так, чтобы температура газа всё же повышалась (поставим цилиндр в более холодную среду).

Тогда количество теплоты, сообщённое газу,  $\Delta Q < 0$ , и теплоёмкость газа в таком процессе отрицательна.

**Третий процесс.** Процесс сжатия газа проведём адиабатически, заключив цилиндр в теплонепроницаемую оболочку и теплоизолировав поверхность поршня от газа. В таком процессе  $\Delta Q = 0$ ,  $\Delta T > 0$  и теплоёмкость газа равна нулю.

**Четвёртый процесс.** Будем сообщать газу теплоту, двигая при этом поршень вправо так, чтобы температура оставалась постоянной (изотермический процесс). Тогда  $\Delta T = 0$  и  $C = \infty$ .

Введём понятия удельной и молярной теплоёмкостей.

*Удельная теплоёмкость* – теплоёмкость единицы массы тела:

$$c_{\text{уд}} = \frac{\Delta Q}{m \Delta T}. \quad (13)$$

*Молярная теплоёмкость* – теплоёмкость одного моля тела:

$$c_{\mu} = \frac{\Delta Q}{\nu \Delta T}. \quad (14)$$

Здесь  $\nu$  – число молей тела,  $m$  – масса тела.

Очевидно, что знаки удельной и молярной теплоёмкостей совпадают со знаком теплоёмкости тела в данном процессе. Легко показать, что

$$C = m c_{\text{уд}} = \nu c_{\mu}; \quad c_{\mu} = \mu c_{\text{уд}}.$$

## §6. Первый закон термодинамики

Внутренняя энергия тела (термодинамической системы) может меняться при совершении работы и в процессе теплопередачи. Закон сохранения и превращения энергии, распространённый на тепловые явления, называется *первым законом термодинамики* (первым началом термодинамики) и записывается в виде

$$Q = \Delta U + A. \quad (15)$$

Здесь  $Q$  – количество теплоты, сообщённое системе.  $Q$  считается положительным, если система в процессе теплопередачи получает энергию, и отрицательным, если отдаёт энергию,  $\Delta U$  – изменение внутренней энергии системы,  $A$  – работа, совершаемая системой над окружающими телами. В зависимости от характера процесса  $Q$ ,  $\Delta U$  и  $A$  могут быть любого знака и даже нулевыми.

Покажем, что для любого идеального газа (одноатомного, двухатомного, многоатомного) изменение внутренней энергии  $\Delta U$  в любом процессе можно находить по формуле

$$\Delta U = \nu c_V \Delta T. \quad (16)$$

Здесь  $\Delta T$  – изменение температуры в этом процессе,  $\nu$  – число молей газа,  $c_V$  – молярная теплоёмкость газа при постоянном объёме.

\*

Для доказательства проведём с газом процесс при постоянном объёме, изменив температуру от  $T_1$  до  $T_2$  ( $\Delta T = T_2 - T_1$ ). Тогда количество теплоты  $Q = \nu c_V \cdot \Delta T$ , согласно определению теплоёмкости, а работа газа  $A = 0$ , т. к. объём  $V = \text{const}$ . По первому закону термодинамики  $Q = \Delta U + A$ , и поэтому  $\nu c_V \Delta T = \Delta U$ . Поскольку внутренняя энергия идеального газа зависит только от температуры, то в любом другом процессе, когда температура меняется от  $T_1$  до  $T_2$ , изменение внутренней энергии находится по формуле, полученной в процессе с  $V = \text{const}$ .

У идеального газа при  $T = 0$  значение внутренней энергии полагается равным нулю. Если считать ещё, что  $c_V$  не зависит от температуры, т. е.  $c_V = \text{const}$ , то можно записать, что

$$U = \nu c_V T. \quad (17)$$

Найдём значение молярной теплоёмкости при постоянном объёме у одноатомного идеального газа. Поскольку  $\Delta U = \nu c_V \Delta T$  и  $\Delta U = \frac{3}{2} R \nu \Delta T$ , то  $c_V = \frac{3}{2} R$ . Интересно заметить, что молярная теплоёмкость при постоянном объёме у всех одноатомных идеальных газов получилась одна и та же:

$$c_V = \frac{3}{2} R. \quad (18)$$

Оказывается, что молярные теплоёмкости при постоянном объёме у всех двухатомных идеальных газов равны  $\frac{5}{2} R$ , а у трёхатомных и многоатомных (атомы у которых расположены не на одной прямой) –  $3R$ . Удельные же теплоёмкости у всех одноатомных идеальных газов различные и зависят от молярной массы. Аналогично для двухатомных и многоатомных газов. Заметим, что указанные значения молярной теплоёмкости верны, если температура газа не слишком велика, и поэтому колебания атомов в молекуле не учитываются.

Приведём полезную таблицу с выражениями для молярной теплоёмкости  $c_V$  и средней кинетической энергии  $\bar{E}$  поступательного и вращательного движений молекулы у одноатомного, двухатомного и многоатомного идеального газа (в этой таблице  $k$  – постоянная Больцмана):

	Газ		
	одноатомный	двухатомный	многоатомный
$\bar{E}$	$\frac{3}{2}kT$	$\frac{5}{2}kT$	$3kT$
$c_V$	$\frac{3}{2}R$	$\frac{5}{2}R$	$3R$

В заключение выведем уравнение Роберта Майера

$$c_p = c_v + R, \quad (19)$$

связывающее молярные теплоёмкости при постоянном давлении  $c_p$  и постоянном объёме  $c_v$  для любого идеального газа.

\*

Для вывода проведём изобарический процесс с  $\nu$  молями идеального газа, переведя газ из состояния с параметрами  $P, V_1, T_1$  в состояние с параметрами  $P, V_2, T_2$ . По первому закону термодинамики  $\nu c_p \Delta T = \nu c_v \Delta T + P \Delta V$ . Запишем уравнения состояния газа  $PV_1 = \nu RT_1$  и  $PV_2 = \nu RT_2$ . Вычтя из одного уравнения другое и учтя, что  $V_2 - V_1 = \Delta V$  и  $T_2 - T_1 = \Delta T$ , получим  $P \Delta V = \nu R \Delta T$ . Таким образом,  $\nu c_p \Delta T = \nu c_v \Delta T + \nu R \Delta T$ . Отсюда  $c_p = c_v + R$ .

**Задача 6.** Теплоизолированный сосуд разделён на две части перегородкой. В одной части находится  $\nu_1$  молей молекулярного кислорода ( $O_2$ ) при температуре  $T_1$ , а в другом –  $\nu_2$  молей азота ( $N_2$ ) при температуре  $T_2$ . Какая температура установится в смеси газов после того, как в перегородке появится отверстие?

**Решение.** Рассмотрим систему из двух газов. Оба газа двухатомные. У них одинаковая молярная теплоёмкость при постоянном объёме  $c_v$ . Система из двух газов не получает тепла от других тел и работы над телами, не входящими в систему, не совершает. Поэтому внутренняя энергия системы сохраняется:

$$\nu_1 c_v T_1 + \nu_2 c_v T_2 = \nu_1 c_v T + \nu_2 c_v T.$$

$$\text{Отсюда температура смеси } T = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2}.$$

**Задача 7.** Идеальный газ массой  $m = 1$  кг находится под давлением  $P = 1,5 \cdot 10^5$  Па. Газ нагрели, давая ему расширяться. Какова удельная теплоёмкость газа в этом процессе, если его температура повысилась на  $\Delta T = 2$  К, а объём увеличился на  $\Delta V = 0,002$  м<sup>3</sup>? Удельная теплоёмкость этого газа при постоянном объёме  $c_{удV} = 700$  Дж/(кг·К). Предполагается, что изменения параметров газа в результате проведения процесса малы.

**Решение.** Удельная теплоёмкость в данном процессе

$$c_{уд} = \frac{\Delta Q}{m\Delta T}.$$

По первому закону термодинамики  $\Delta Q = mc_{удV}\Delta T + P\Delta V$ . Итак,

$$c_{уд} = c_{удV} + \frac{P\Delta V}{m\Delta T} = 850 \text{ Дж/(кг·К)}.$$

**Задача 8.** В цилиндре под поршнем находится некоторая масса воздуха. На его нагревание при постоянном давлении затрачено количество теплоты  $Q = 10$  кДж. Найти работу, совершённую при этом газом. Удельная теплоёмкость воздуха при постоянном давлении  $c_{удP} = 10^3$  Дж/(кг·К). Молярная масса воздуха  $\mu = 29$  г/моль.

**Решение.** 1 способ. Пусть газ перевели из состояния с параметрами  $P, V_1, T_1$  в состояние с параметрами  $P, V_2, T_2$ . Запишем уравнение Менделеева – Клапейрона для обоих состояний и вычтем из одного уравнения другое. Учитывая, что  $V_2 - V_1 = \Delta V$ ,  $T_2 - T_1 = \Delta T$ , имеем

$P\Delta V = \frac{m}{\mu}R\Delta T$ . Но  $P\Delta V = A$  – работа газа. Поэтому  $A = \frac{m}{\mu}R\Delta T$ . При изобарическом процессе  $Q = mc_{удP}\Delta T$ . Окончательно,

$$A = \frac{RQ}{\mu c_{удP}} \approx 2,74 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 2,74 \text{ кДж}.$$

2 способ. Согласно уравнению Р. Майера удельные теплоёмкости при постоянном давлении  $c_{удP}$  и при постоянном объёме  $c_{удV}$  связаны соотношением  $c_{удV} = c_{удP} - \frac{R}{\mu}$ . По первому закону термодинамики



$Q = mc_{удV}\Delta T + A$ . Подставляя в последнее равенство  $m = \frac{Q}{c_{удP}\Delta T}$  и выражение для  $c_{удV}$ , находим  $A$ .

## §7. Круговые процессы (циклы)

*Круговым процессом* (или *циклом*) называется термодинамический процесс с телом, в результате совершения которого тело, пройдя через ряд состояний, возвращается в исходное состояние. Если все процессы в цикле равновесные, то цикл считается равновесными. Его можно изобразить графически, и получится замкнутая кривая. На рис. 7 показан график зависимости давления  $P$  от объёма  $V$  (диаграмма  $P-V$ ) для некоторого цикла 1–2–3–4–1, совершаемого газом. На участке 4–1–2 газ расширяется и совершает положительную работу  $A_1$ , численно равную площади фигуры  $V_1 4 1 2 V_2$ . На участке 2–3–4 газ сжимается и совершает отрицательную работу  $A_2$ , модуль которой равен площади фигуры  $V_2 2 3 4 V_1$ . Полная работа газа за цикл  $A = A_1 + A_2$ , т. е. положительна и равна площади фигуры 1–2–3–4–1, изображающей цикл на диаграмме  $P-V$ .

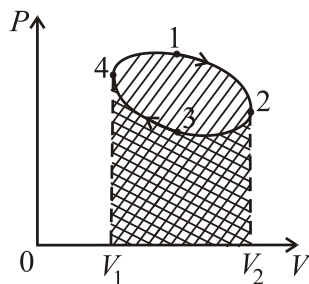


Рис. 7

*Прямой цикл* называется круговой процесс, в котором тело совершает положительную работу за цикл. Прямой равновесный цикл на диаграмме  $P-V$  изображается замкнутой кривой, которая обходится по часовой стрелке. Пример прямого цикла дан на рис. 7.

*Обратный цикл* называется круговой процесс, в котором тело совершает отрицательную работу за цикл. На диаграмме  $P-V$  замкнутая кривая равновесного обратного цикла обходится против часовой стрелки.

В любом равновесном цикле работа за цикл равна по модулю площади фигуры, ограниченной кривой на диаграмме  $P-V$ .

В круговом процессе тело возвращается в исходное состояние, т. е. в состояние с первоначальной внутренней энергией. Это значит, что изменение внутренней энергии за цикл равно нулю:  $\Delta U = 0$ . Так как

по первому закону термодинамики для всего цикла  $Q = \Delta U + A$ , то  $Q = A$ . Итак, алгебраическая сумма всех количеств теплоты, полученной телом за цикл, равна работе тела за цикл.

На некоторых участках прямого цикла тело получает от окружающих тел количество теплоты  $Q^+$  ( $Q^+ > 0$ ), а на некоторых отдаёт  $Q^-$ , т. е. получает отрицательное количество теплоты « $-Q^-$ » ( $Q^- > 0$ ). За цикл тело совершает положительную работу  $A$ . Коэффициентом полезного действия прямого цикла называется величина  $\eta = \frac{A}{Q^+}$ . По-

скольку  $A = Q^+ + (-Q^-)$ , то

$$\eta = \frac{Q^+ - Q^-}{Q^+} = 1 - \frac{Q^-}{Q^+}. \quad (20)$$

Для обратного цикла коэффициент полезного действия не вводится.

## §8. Тепловые машины

Пусть есть тело, называемое *рабочим телом*, которое может совершать цикл (не обязательно равновесный), периодически вступая в тепловой контакт с двумя телами. Тело с более высокой температурой назовём условно *нагревателем*, а с более низкой температурой – *холодильником*. За цикл рабочее тело совершает положительную или отрицательную работу  $A$ . Такое устройство будем называть *тепловой машиной*. Тепловая машина, которая служит для получения механической работы, называется *тепловым двигателем*. Тепловая машина, служащая для передачи количества теплоты от менее нагретого тела (холодильника) к более нагретому (нагревателю), используя работу окружающих тел над рабочим телом, называется *тепловым насосом* или *холодильной установкой* (холодильником). Деление на тепловые насосы и холодильные установки условное, связанное с предназначением этих тепловых машин. Тепловой насос используется для поддержания в помещении температуры, которая выше температуры окружающей среды. Холодильная установка используется для поддержания в некотором объёме (камере) температуры более низкой, чем снаружи. В тепловом двигателе рабочее тело совершает прямой цикл, а в тепловом насосе и холодильной установке – обратный.

В тепловом двигателе рабочее тело получает за цикл от нагревателя количество теплоты  $Q^+$  (рис. 8) и отдаёт холодильнику положительное количество теплоты  $Q^-$  (получает от холодильника отрицательное количество теплоты « $-Q^-$ »). При этом за цикл рабочее тело совершает работу  $A$ . Коэффициентом полезного действия (КПД)



Рис. 8

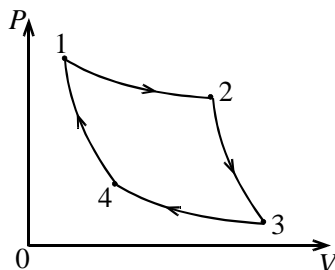


Рис. 9

теплового двигателя называется КПД соответствующего прямого цикла, т. е. отношение совершаемой за цикл работы  $A$  к полученному за цикл от нагревателя количеству теплоты  $Q^+$ :  $\eta = \frac{A}{Q^+}$ .

По первому закону термодинамики, применённому к рабочему телу теплового двигателя за цикл,  $Q^+ + (-Q^-) = A$ . Поэтому

$$\eta = \frac{Q^+ - Q^-}{Q^+} = 1 - \frac{Q^-}{Q^+}.$$

Видим, что КПД теплового двигателя меньше единицы. Причиной этого является то, что для обеспечения периодичности в работе теплового двигателя необходимо часть тепла, взятого у нагревателя, обязательно отдать холодильнику.

С. Карно (1796 – 1832) установил, что максимальный КПД теплового двигателя, работающего с нагревателем температуры  $T_1$  и холодильником температуры  $T_2$ , независимо от рабочего тела есть

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}. \quad (21)$$

Это достигается, если рабочее тело совершает *цикл Карно*, т. е. равновесный цикл, состоящий из двух адиабат и двух изотерм с температу-

рами  $T_1$  и  $T_2$ . На изотерме с  $T_1$  рабочее тело получает тепло от нагревателя, а на изотерме с  $T_2$  – отдаёт тепло холодильнику. Цикл Карно для идеального газа изображён на рис. 9: 1 – 2 и 3 – 4 – изотермы, 2 – 3 и 4 – 1 – адиабаты. Тепловая машина, работающая по прямому или обратному циклу Карно, называется *идеальной тепловой машиной*.

**Задача 9.** Газ, совершающий цикл Карно, отдаёт холодильнику 70% теплоты, полученной от нагревателя. Температура нагревателя  $T_1 = 400$  К. Найти температуру холодильника.

**Решение.** Пусть газ получает за цикл от нагревателя количество теплоты  $Q_1$ . Тогда холодильник получает от газа количество теплоты  $0,7Q_1$ . Применив первый закон термодинамики для всего цикла, получим, что  $Q_1 + (-0,7Q_1) = A$ . Отсюда работа за цикл  $A = 0,3Q_1$ . КПД цикла  $\eta = \frac{A}{Q_1} = 0,3$ . Поскольку для цикла Карно  $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$ , то температура холодильника  $T_2 = T_1(1 - \eta) = 0,7T_1 = 280$  К.

**Задача 10.** КПД тепловой машины, работающей по циклу (рис. 10), состоящему из изотермы 1 – 2, изохоры 2 – 3 и адиабатического процесса 3 – 1, равен  $\eta$ , а разность максимальной и минимальной температур газа в цикле равна  $\Delta T$ . Найти работу, совершённую  $\nu$  молями одноатомного идеального газа в изотермическом процессе.

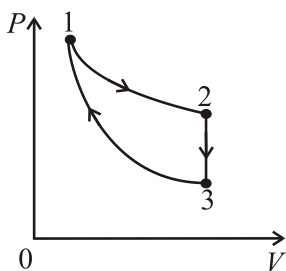


Рис. 10

**Решение.** При решении задач, в которых фигурирует КПД цикла, полезно предварительно проанализировать все участки цикла, используя первый закон термодинамики, и выявить участки, где рабочее тело получает и где отдаёт тепло.

Проведём мысленно ряд изотерм на диаграмме  $P-V$ . Тогда станет ясно, что максимальная температура в цикле будет на изотерме 1 – 2, а минимальная в точке 3. Обозначим их через  $T_1$  и  $T_3$  соответственно.

Для участка 1 – 2 изменение внутренней энергии  $U_2 - U_1 = 0$ . По первому закону термодинамики  $Q_{12} = (U_2 - U_1) + A_{12}$ . Так как на участке 1 – 2 газ расширялся, то работа газа  $A_{12} > 0$ . Значит, и подведённое к газу тепло на этом участке  $Q_{12} > 0$ , причём  $Q_{12} = A_{12}$ .

На участке 2 – 3 работа газа равна нулю. Поэтому  $Q_{23} = U_3 - U_2$ . Воспользовавшись записанными выше выражениями для  $U_3$  и  $U_2$  и тем, что  $T_1 - T_3 = \Delta T$ , получим  $Q_{23} = -\nu c_V \Delta T < 0$ . Это означает, что на участке 2 – 3 газ получает отрицательное количество теплоты, т. е. фактически отдаёт тепло.

На участке 3 – 1 теплообмена нет, т. е.  $Q_{31} = 0$  и по 1-му закону термодинамики  $0 = (U_1 - U_3) + A_{31}$ . Тогда работа газа

$$A_{31} = U_3 - U_1 = \nu c_V (T_3 - T_1) = -\nu c_V \Delta T.$$

Итак, за цикл газ совершил работу  $A_{12} + A_{31} = A_{12} - \nu c_V \Delta T$  и получил тепло только на участке 1 – 2. КПД цикла

$$\eta = \frac{A_{12} + A_{31}}{Q_{12}} = \frac{A_{12} - \nu c_V \Delta T}{A_{12}}.$$

Так как  $c_V = \frac{3}{2}R$ , то работа газа на изотерме

$$A_{12} = \frac{3\nu R \Delta T}{2(1-\eta)}.$$

### §9. Фазовые превращения

Состояния, в которых может находиться то или иное вещество, можно разделить на так называемые *агрегатные состояния*: твёрдое, жидкое, газообразное. У некоторых веществ нет резкой границы между различными агрегатными состояниями. Например, при нагревании стекла (или другого аморфного вещества) происходит постепенное его размягчение, и невозможно установить момент перехода из твёрдого состояния в жидкое.

Вещество может переходить из одного состояния в другое. Если при этом меняется агрегатное состояние вещества или скачком меняются некоторые характеристики и физические свойства вещества (объём, плотность, теплопроводность, теплоёмкость и др.), то говорят, что произошёл фазовый переход – вещество перешло из одной фазы в другую. *Фазой называется физически однородная часть вещества, отделённая от других частей границей раздела*. Пусть в сосуде заключена вода, над которой находится смесь воздуха и водяных паров. Эта система является двухфазной, состоящей из жидкой фазы и газообразной. Можно сделать систему и с двумя различными жидкими фазами: капелька ртути в сосуде с водой. Капельки тумана в воздухе образуют с ним двухфазную систему.

Условия равновесия фаз для многокомпонентных веществ, т. е. веществ, состоящих из однородной смеси нескольких сортов молекул, достаточно сложны. Например, для смеси вода – спирт газообразная и жидкая фазы этой смеси при равновесии имеют различные концентрации своих компонент, зависящие от давления и температуры. Ниже будут рассмотрены фазовые превращения только для однокомпонентных веществ.

При заданном давлении существует вполне определённая температура, при которой две фазы однокомпонентного вещества находятся в равновесии и могут переходить друг в друга при этой температуре. Пока одна фаза полностью не перейдёт в другую, температура будет оставаться постоянной, несмотря на подвод или отвод тепла. Поясним это на примерах.

Рассмотрим двухфазную систему вода – пар, находящуюся в замкнутом сосуде. При давлении  $P_0 = 1 \text{ атм} \approx 10^5 \text{ Па}$  равновесие между паром и водой наступит при  $100^\circ\text{C}$ . Подвод к системе тепла вызывает кипение – переход жидкости в газ при постоянной температуре. Отвод от системы тепла вызывает конденсацию – переход пара в жидкость. При давлении  $0,58P_0$  (почти вдвое меньше нормального атмосферного) равновесие между паром и водой наступает при  $85^\circ\text{C}$ . При давлении  $2P_0$  равновесие фаз достигается при температуре  $\approx 120^\circ\text{C}$  (такие условия в скороварке).

Другой пример. Фазовое равновесие между льдом и водой при внешнем давлении  $P_0 = 1 \text{ атм}$  осуществляется, как известно, при  $0^\circ\text{C}$ . Увеличение внешнего давления на одну атмосферу понижает температуру фазового перехода на  $0,007^\circ\text{C}$ . Это значит, что температура плавления льда понизится на эту же незначительную величину.

Фазовые переходы для однокомпонентного вещества, сопровождающиеся переходом из одного агрегатного состояния в другое, идут с поглощением или выделением тепла. К ним относятся плавление и кристаллизация, испарение и конденсация. Причём, если при переходе из одной фазы в другую тепло выделяется, то при обратном переходе поглощается такое же количество теплоты.

Чтобы расплавить кристаллическое тело массой  $m$  надо подвести количество теплоты

$$Q = \lambda \cdot m. \quad (22)$$

Коэффициент пропорциональности  $\lambda$  называется *удельной теплотой плавления*. Вообще говоря,  $\lambda$  зависит от той температуры, при которой происходит фазовый переход (температура плавления). Во многих реальных ситуациях этой зависимостью можно пренебречь.

Для превращения в пар жидкости массой  $m$  надо подвести количество теплоты

$$Q = r \cdot m. \quad (23)$$

Коэффициент пропорциональности  $r$  называется *удельной теплотой парообразования*.  $r$  зависит от температуры кипения, т. е. от той температуры, при которой осуществляется фазовое равновесие жидкость – пар для заданного давления.

Значения  $\lambda$  и  $r$  для разных веществ даются в таблицах обычно для тех температур фазовых переходов, которые соответствуют нормальному атмосферному давлению. При этом в величины  $\lambda$  и особенно  $r$  входит не только изменение внутренней энергии вещества при переходе одной фазы в другую, но и работа этого вещества над внешними телами при фазовом переходе! Например, удельная теплота парообразования воды при  $100^\circ\text{C}$  и  $P \approx 10^5$  Па на 9/10 состоит из изменения внутренней энергии вода – пар и на 1/10 (чуть меньше) из работы, которую совершает расширяющийся пар над окружающими телами.

**Задача 11.** В латунном калориметре массой  $m_1 = 200$  г находится кусок льда массой  $m_2 = 100$  г при температуре  $t_1 = -10^\circ\text{C}$ . Сколько пара, имеющего температуру  $t_2 = 100^\circ\text{C}$ , необходимо впустить в калориметр, чтобы образовавшаяся вода имела температуру  $40^\circ\text{C}$ ? Удельные теплоёмкости латуни, льда и воды  $c_1 = 0,4 \cdot 10^3$  Дж/(кг·К),  $c_2 = 2,1 \cdot 10^3$  Дж/(кг·К),  $c_3 = 4,19 \cdot 10^3$  Дж/(кг·К) соответственно;

удельная теплота парообразования воды  $r = 22,6 \cdot 10^5$  Дж/кг; удельная теплота плавления льда  $\lambda = 33,6 \cdot 10^4$  Дж/кг.

**Решение.** При конденсации пара массой  $m$  при  $100^\circ\text{C}$  ( $T_2 = 373$  К) выделяется количество теплоты  $Q_1 = rm$ . При охлаждении получившейся воды от  $T_2 = 373$  К до  $\theta = 313$  К ( $40^\circ\text{C}$ ) выделяется количество теплоты  $Q_2 = c_3 m(T_2 - \theta)$ .

При нагревании льда от  $T_1 = 263$  К ( $-10^\circ\text{C}$ ) до  $T_0 = 273$  К ( $0^\circ\text{C}$ ) поглощается количество теплоты  $Q_3 = c_2 m_2(T_0 - T_1)$ . При плавлении льда поглощается количество теплоты  $Q_4 = \lambda m_2$ . При нагревании получившейся воды от  $T_0$  до  $\theta$  поглощается количество теплоты  $Q_5 = c_3 m_2(\theta - T_0)$ . Для нагревания калориметра от  $T_1$  до  $\theta$  требуется количество теплоты  $Q_6 = c_1 m_1(\theta - T_1)$ . По закону сохранения энергии

$$Q_1 + Q_2 = Q_3 + Q_4 + Q_5 + Q_6, \text{ или}$$

$$rm + c_3 m(T_2 - \theta) = c_2 m_2(T_0 - T_1) + \lambda m_2 + c_3 m_2(\theta - T_0) + c_1 m_1(\theta - T_1).$$

$$\text{Отсюда } m = \frac{c_2 m_2(T_0 - T_1) + \lambda m_2 + c_3 m_2(\theta - T_0) + c_1 m_1(\theta - T_1)}{r + c_3(T_2 - \theta)} \approx$$

$$\approx 22 \cdot 10^{-3} \text{ кг} = 22 \text{ г}.$$

## §10. Насыщенный пар. Кипение. Влажность

*Насыщенным* (насыщающим) *паром* называется пар, находящийся в динамическом равновесии со своей жидкостью: скорость испарения равна скорости конденсации. Давление и плотность насыщенного пара для данного вещества зависят от его температуры и увеличиваются при увеличении температуры.

Условие кипения жидкости – это условие роста пузырьков насыщенного пара в жидкости. Пузырёк может расти, если давление насыщенного пара внутри него будет не меньше внешнего давления. Итак, *жидкость кипит при той температуре, при которой давление её насыщенных паров равно внешнему давлению*. Приведём полезный пример.



Известно, что при нормальном атмосферном давлении  $P_0 \approx 10^5$  Па вода кипит при  $100^\circ\text{C}$ . Это означает, что давление насыщенных паров воды при  $100^\circ\text{C}$  равно  $P_0 \approx 10^5$  Па.

Пары воды в атмосферном воздухе обычно ненасыщенные. *Абсолютной влажностью* воздуха называется плотность водяных паров  $\rho$ . *Относительной влажностью* воздуха называется величина

$$\varphi = \frac{P}{P_{\text{нас}}}. \quad (24)$$

Здесь  $P$  – парциальное давление паров воды при данной температуре в смеси воздух – пары воды,  $P_{\text{нас}}$  – парциальное давление насыщенных водяных паров при той же температуре. Опыт показывает, что  $P_{\text{нас}}$  зависит только от температуры и не зависит от плотности и состава воздуха.

Если пар считать идеальным газом, то  $P = \frac{\rho}{\mu} RT$ ,  $P_{\text{нас}} = \frac{\rho_{\text{нас}}}{\mu} RT$ ,

где  $\rho$  и  $\rho_{\text{нас}}$  – плотности ненасыщенного и насыщенного водяного пара,  $\mu = 18$  г/моль. Деление одного уравнения на другое даёт

$$\frac{P}{P_{\text{нас}}} = \frac{\rho}{\rho_{\text{нас}}}. \text{ Итак,}$$

$$\varphi = \frac{P}{P_{\text{нас}}} \approx \frac{\rho}{\rho_{\text{нас}}}. \quad (25)$$

**Задача 12.** Воздух имеет температуру  $60^\circ\text{C}$  и абсолютную влажность  $50$  г/м<sup>3</sup>. Какой будет абсолютная влажность этого воздуха, если температура понизится до  $10^\circ\text{C}$ ? Известно, что при  $10^\circ\text{C}$  давление насыщенного пара воды  $P = 1230$  Па.

**Решение.** При  $10^\circ\text{C}$  ( $T = 283$  К) плотность насыщенных паров воды  $\rho = \frac{\mu P}{RT} = 9,4 \cdot 10^{-3}$  кг/м<sup>3</sup> =  $9,4$  г/м<sup>3</sup>. Эта величина меньше, чем  $50$  г/м<sup>3</sup>. Поэтому часть пара сконденсируется, и абсолютная влажность будет  $9,4$  г/м<sup>3</sup>.

### Контрольные вопросы

1. Идеальный газ в герметичном сосуде нагрели, и его давление возросло на 90%. На сколько процентов увеличилась средняя квадратичная скорость молекул газа?

2. На рис. 11 показан процесс для некоторой массы идеального газа в координатах  $T, P$ . Изобразите его в координатах  $V, P$  и  $T, V$ .

3. Некоторая масса идеального газа переведена из состояния 1 в состояние 2 (рис. 12). Как изменялся объём газа в этом процессе?

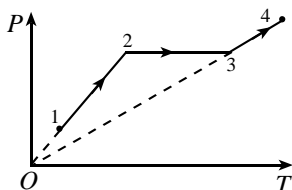


Рис. 11

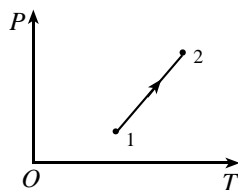


Рис. 12

4. В атмосферном воздухе на долю кислорода приходится 21% массы, а остальное – азот (если пренебречь примесями других газов). Вычислить среднюю молярную массу воздуха.

5. Теплоизолированный сосуд разделили на две неравные части перегородкой. В одной части сосуда находится идеальный газ, а в другой – вакуум. Как изменится температура газа после разгерметизации перегородки?

6. В прямом цикле Карно абсолютная температура нагревателя в 1,4 раза выше абсолютной температуры холодильника. Какая доля теплоты, полученной рабочим телом от нагревателя, передается холодильнику?

7. Как вызвать кипение воды при  $33^\circ\text{C}$ ?

8. Температура воздуха  $18^\circ\text{C}$ , а точка росы  $10^\circ\text{C}$ . Найти относительную влажность воздуха. Необходимые данные взять из таблиц.

9. Оценить плотность насыщенного водяного пара при  $100^\circ\text{C}$ .

10\*. В цилиндре под поршнем находится водяной пар при температуре  $100^\circ\text{C}$  и давлении 60 кПа. Каким станет давление пара в цилиндре, если объём его изотермически уменьшить в 4 раза?

### Задачи

1. При повышении температуры идеального газа на  $\Delta T_1 = 100 \text{ К}$  средняя квадратичная скорость его молекул увеличилась с  $v_1 = 400 \text{ м/с}$  до  $v_2 = 500 \text{ м/с}$ . На какую величину  $\Delta T_2$  надо повысить температуру этого газа, чтобы увеличить среднюю квадратичную скорость молекул с  $u_1 = 600 \text{ м/с}$  до  $u_2 = 700 \text{ м/с}$ ?

2. Смесь состоит из 16 г молекулярного кислорода и 11 г углекислого газа. Найти плотность смеси при температуре  $16^\circ \text{ С}$  и давлении 100 кПа.

3. Идеальный газ расширяется до удвоенного объёма в процессе 1–2 с линейной зависимостью давления от объёма (рис. 13). Затем его изобарически сжимают в процессе 2–3 до первоначального объёма. Найти отношение работ, совершаемых газом в процессах расширения и сжатия. Известно, что температура в состояниях 1 и 2 одинакова.

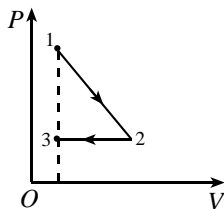


Рис. 13

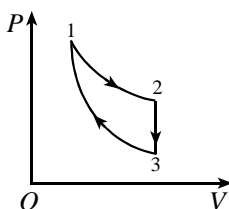


Рис. 14

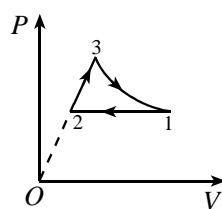


Рис. 15

4. Гелий в количестве  $\nu = 2$  моля расширяется в процессе с постоянной теплоёмкостью  $C$ . В результате к газу подвели количество теплоты 3000 Дж, и внутренняя энергия газа уменьшилась на 2490 Дж. Найти работу, совершённую газом. Определить теплоёмкость  $C$ . (МФТИ, 1996)

5. Тепловая машина с рабочим телом в виде идеального одноатомного газа работает по циклу (рис. 14), состоящему из изотермы 1–2, изохоры 2–3 и адиабатического процесса 3–1. Разность максимальной и минимальной температур газа в цикле равна  $\Delta T$ . Работа, совершаемая  $\nu$  молями газа в изотермическом процессе, равна  $A$ . Найти КПД машины.

6\*. Газообразный гелий находится в цилиндре под подвижным поршнем. Газ охлаждают при постоянном давлении, переводя его из состояния 1 в состояние 2 (рис. 15). При этом от газа отводится количество теплоты  $Q$  ( $Q > 0$ ). Затем газ расширяется в процессе 2–3, ко-

гда его давление  $P$  прямо пропорционально объёму  $V$ , совершая работу  $A_{23}$ . Наконец, газ расширяется в адиабатическом процессе 3–1. Найти работу  $A_{31}$ , совершённую газом в процессе адиабатического расширения. (МФТИ, 2000)

**7.** В воду массой  $m_1 = 600$  г при температуре  $t_1 = 10^\circ \text{C}$  бросают кусок льда массой  $m = 800$  г при температуре  $t_2 = -20^\circ \text{C}$ . Пренебрегая теплообменом с окружающей средой, определить установившуюся температуру  $\theta$  смеси и состав смеси. Удельная теплоёмкость воды  $c_1 = 4,19$  кДж/(кг·К), льда  $c_2 = 2,1$  кДж/(кг·К), удельная теплота плавления льда  $\lambda = 336$  кДж/кг.

**8\*.** Тонкая пробирка частично заполнена водой и расположена вертикально открытым концом в атмосферу. Вследствие диффузии в пробирке устанавливается линейное изменение концентрации пара с высотой: вблизи поверхности воды пар оказывается насыщенным, а у верхнего открытого конца пробирки его концентрация в 3 раза меньше. Пробирку сверху закрывают крышкой и увеличивают температуру на  $\Delta T = 1$  К. На сколько изменится давление влажного воздуха внутри пробирки после установления равновесия по сравнению с атмосферным давлением? Атмосферное давление  $P_0 = 760$  мм рт. ст., начальная температура  $T = 300$  К, давление насыщенного пара при этой температуре  $P_i = 27$  мм рт. ст. Известно, что малые относительные изменения давления насыщенного пара  $\Delta P/P$  связаны с малыми относительными изменениями его температуры  $\Delta T/T$  формулой  $\Delta P/P = 18\Delta T/T$ . Изменением уровня жидкости в пробирке во время опыта пренебречь. (МФТИ, 2003)

**9\*.** В сосуде объёмом  $V = 1,5$  дм<sup>3</sup> находится воздух при температуре  $T = 290$  К и относительной влажности  $\varphi = 50\%$ . Какое количество росы выпадет при изотермическом уменьшении объема в  $n = 3$  раза? Плотность насыщенных водяных паров при 290 К равна  $\rho_H = 14,5$  г/м<sup>3</sup>.

**10\*.** К идеальному одноатомному газу, заключённому внутри масляного пузыря, подводится тепло. Найти молярную теплоёмкость газа в этом процессе, если давлением снаружи пузыря можно пренебречь. Указание. Из-за поверхностного натяжения давление внутри масляного пузыря обратно пропорционально радиусу пузыря.