

**Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение дополнительного образования детей
«Заочная физико-техническая школа
Московского физико-технического института
(государственного университета)»**

ФИЗИКА

Электростатика и законы постоянного тока

Задание №3 для 11-х классов

(2013 – 2014 учебный год)



г. Долгопрудный, 2013

Составитель: В.И. Чивилёв, доцент кафедры общей физики МФТИ.

Физика: задание №3 для 11-х классов (2013 – 2014 учебный год),
2013, 32с.

Дата отправки заданий по физике и математике – 04 декабря 2013 г.

Составитель:

Чивилёв Виктор Иванович

Подписано 30.09.13. Формат 60×90 1/16.

Бумага типографская. Печать офсетная. Усл. печ. л. 2,0.

Уч.-изд. л. 1,72. Тираж 700. Заказ №16-з.

Заочная физико-техническая школа
Московского физико-технического института
(государственного университета)
ООО «Печатный салон ШАНС»

Институтский пер., 9, г. Долгопрудный, Москов. обл., 141700,
ЗФТШ, тел./факс (495) 408-51-45 – **заочное отделение**,
тел./факс (498) 744-63-51 – **очно-заочное отделение**,
тел. (499) 755-5580 – **очное отделение**.

e-mail: zftsh@mail.mipt.ru

Наш сайт: www.school.mipt.ru

© ЗФТШ, 2013

От автора задания

Это задание предназначено для повторения электростатики и законов постоянного тока. Задание сделано двухуровневым: основной уровень и повышенный уровень. В тексте задания материал повышенного уровня выделен звёздочкой. Этот материал может понадобиться при работе с предназначенными для самостоятельного решения контрольными вопросами и задачами повышенного уровня (отмечены звёздочкой).

Электричество, особенно его часть – электростатика – традиционно трудный раздел. Поэтому большинство контрольных вопросов и задач для самостоятельного решения аналогичны, разобранным в задании, и расположены в той же последовательности. Надеюсь, что такая структура задания поможет Вам более эффективно систематизировать и углубить Ваши знания. Рекомендуется по мере работы над параграфами Задания находить соответствующие контрольные вопросы и отвечать на них, закрепляя этим прочитанный материал.

§ 1. Заряд. Напряжённость электрического поля

Многочисленные опытные факты подтверждают, что большой круг явлений природы можно описать, введя понятия электрического заряда и электрического поля. Единицу электрического заряда можно ввести разными путями в зависимости от выбора системы единиц. Сейчас нет возможности на этом останавливаться, поэтому будем считать, что уже есть принципиальный способ измерять заряд количественно. Пойдём дальше.

При всех взаимодействиях в макром мире и микромире выполняется **закон сохранения электрического заряда**: *алгебраическая сумма зарядов системы сохраняется, если через границы системы не проходят электрические заряды*. Следует ещё раз отметить, что закон сохранения заряда справедлив не только при взаимодействии макроскопических тел, но и при взаимодействии элементарных частиц, когда в результате ядерных реакций одни частицы исчезают, а другие появляются.

Важным понятием является *точечный заряд*, то есть заряженное тело, размерами которого можно пренебречь по сравнению с другими характерными расстояниями, например – расстоянием до других зарядов (заряженных тел).

Опыт показывает, что характеристикой электрического поля в каждой его точке является векторная величина \vec{E} , называемая *напряжённостью электрического поля* и определяемая из равенства:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}.$$

Здесь \vec{F} – сила, действующая на неподвижный точечный заряд, помещённый в исследуемую точку поля. При этом знак заряда q любой, а сам заряд называется пробным, т. к. им «пробуют» поле. Напряжённость поля от величины пробного заряда не зависит, как не зависит температура воды в озере от вида термометра, которым её измеряют. Следует, однако, заметить, что для измерения напряжённости поля, которое было до (а не после) внесения проб-

ного заряда, следует брать заряд q настолько малым, чтобы он не вызывал заметного перераспределения зарядов, создающих поле, и не вызывал существенных изменений в других возможных источниках электрического поля. Источниками электрического поля являются электрические заряд и изменяющееся магнитное поле. И ещё одно замечание по записанному выше равенству для \vec{E} . Точечный заряд q создаёт вокруг себя собственное электрическое поле, но это поле никак не входит в равенство для определения напряжённости \vec{E} , поскольку \vec{E} есть напряжённость внешнего поля, т. е. поля, созданного всеми зарядами (или другими источниками), кроме заряда q . Заряд q служит лишь инструментом для измерения напряжённости этого внешнего поля. И это принципиально.

Частным случаем электрического поля является *электростатическое поле*, т. е. поле, созданное неподвижными зарядами.

Из опыта известно, что для электрического поля справедлив **принцип суперпозиции**: *в каждой точке напряжённость \vec{E} электрического поля равна векторной сумме напряжённостей полей, созданных в этой точке всеми источниками электрических полей*:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots = \sum_i \vec{E}_i.$$

§ 2. Закон Кулона. Поле точечного заряда.

Силовые линии электрического поля

Опытным путём установлен **закон Кулона**: *сила взаимодействия двух точечных неподвижных зарядов в вакууме пропорциональна произведению модулей зарядов, обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними и направлена вдоль прямой, проходящей через эти заряды*:

$$F = k \cdot \frac{|q_1| |q_2|}{r^2}. \quad (2.1)$$

Здесь F – модуль силы, k – коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц, q_1 и q_2 – величины зарядов, r – расстояние между зарядами.

Обратите внимание, что нарушение в конкретных условиях опыта точности зарядов, их неподвижности или нахождение зарядов не в вакууме может привести к невыполнению соотношения (2.1).

Основной единицей в любой системе единиц называется единица, для которой существует установленная по договоренности принципиальная возможность создания эталона этой единицы. Напомним, что основными единицами системы СИ являются единицы длины метр (м), массы килограмм (кг), времени секунда (с), силы электрического тока ампер (А), термодинамической температуры кельвин (К), количества вещества моль (моль), силы света кандела (кд). Остальные единицы в системе СИ производные, их размерность (выраженная через основные или другие единицы системы) даётся через определения и физические законы, устанавливающие связь между различными физиче-

скими величинами. Единицей заряда в системе СИ является кулон (Кл) – заряд, проходящий за 1 с через поперечное сечение проводника при силе тока 1 А.

Найдём размерность (обозначается квадратными скобками) коэффициента k в формуле (2.1) закона Кулона. Для размерностей физических величин в (2.1) выполняется соотношение, аналогичное соотношению (2.1) между сами-

ми величинами: $[F] = [k] \frac{[q_1][q_2]}{[r^2]}$.

Поскольку $[F] = \text{Н} = \text{кг} \cdot \text{м} / \text{с}^2$, $[q_1] = [q_2] = \text{Кл} = \text{А} \cdot \text{с}$, $[r^2] = \text{м}^2$, то

$$[k] = \frac{[F]}{[q_1][q_2]} \frac{[r^2]}{[r^2]} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^3}{\text{А}^2 \cdot \text{с}^4}.$$

Запоминать выражение для размерности k необязательно, но уметь выводить, используя (2.1), надо.

Приведём значение коэффициента k в (2.1) для системы СИ:

$$k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^3}{\text{А}^2 \cdot \text{с}^4} = 9 \cdot 10^9 \text{ ед. СИ}.$$

Заметим, что вместо выражения для размерности после численного значения можно писать «ед. СИ» (единицы СИ). Иногда в системе СИ коэффициент

k в (2.1) записывают в форме $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$.

Здесь $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ ед. СИ называется электрической постоянной.

Найдём напряжённость электрического поля, созданного точечным зарядом Q на расстоянии r от заряда. Для этого поместим мысленно на расстоянии r от Q пробный заряд q . По закону Кулона на q действует сила

$$F = |\vec{F}| = k |Q| |q| / r^2.$$

Напряжённость поля (созданного зарядом Q) в месте расположения q равна $\vec{E} = \vec{F} / q$. Отсюда $E = |\vec{E}| = |\vec{F}| / |q|$. С учётом выражения для F напряжённость поля точечного заряда Q на расстоянии r от него

$$E = k \frac{|Q|}{r^2}. \quad (2.2)$$

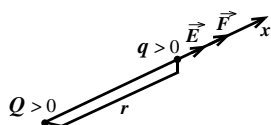


Рис. 2.1

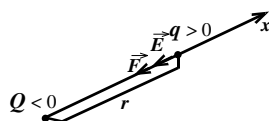


Рис. 2.2

На рисунках 2.1 и 2.2 показаны случаи для $Q > 0$ и $Q < 0$. Знак пробного заряда q выбран положительным из соображений удобства, т. к. при таком выборе направление силы, действующей на q , совпадает с направлением напряжённости.

Формулу (2.2) можно обобщить, избавившись от знака модуля:

$$E_x = k \frac{Q}{r^2}. \quad (2.3)$$

Здесь E_x – проекция напряжённости на ось x , направленную от заряда Q и проходящую через исследуемую точку. Справедливость (2.3) при любом знаке Q проверяется непосредственно (см. рис. 2.1, 2.2).

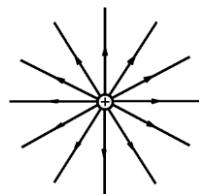


Рис. 2.3

Наглядно электрические поля изображают с помощью силовых линий. *Силовой линией (линией напряжённости) электрического поля называется непрерывная линия, касательная в каждой точке которой совпадает с направлением вектора напряжённости электрического поля в этой точке.* На рис. 2.3 приведена картина силовых линий электрического поля положительного точечного заряда.

Стрелкой на каждой силовой линии указывается её направление, т. е. направление вектора напряжённости в каждой точке силовой линии. Полезно посмотреть и нарисовать самим картины силовых линий полей из школьного учебника.

Все свойства силовых линий как электрического поля, так и электростатического поля, следуют из определения силовых линий и из законов электродинамики. Приведём некоторые свойства.

1. Силовые линии электрического поля не пересекаются. В противном случае в точках пересечения была бы неопределённость в направлении напряжённости поля.

2. Густота силовых линий электрического поля в пространстве пропорциональна напряжённости электрического поля.

3. Силовые линии электростатического поля не замкнуты. Они начинаются на положительных зарядах (или в бесконечности) и заканчиваются на отрицательных зарядах (или в бесконечности). При этом некоторая группа силовых линий (лучевая трубка) связывает равные по модулю заряды и число силовых линий, выходящих (входящих) из заряженного тела, не зависит от формы тела, а зависит только от величины заряда (пропорционально заряду).

Обратите внимание, что первые два свойства справедливы и для электростатического поля, как частного случая электрического. Третье же свойство справедливо только для электростатического поля, а для произвольного электрического поля выполняется не всегда.

Задача 2.1. В двух вершинах равностороннего треугольника со стороной $a = 1$ м расположены точечные заряды $q_1 = Q = 1,4 \cdot 10^{-7}$ Кл и $q_2 = -2Q$. Найти

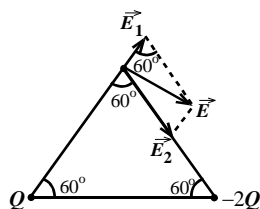


Рис. 2.4

напряжённость (модуль) электрического поля в третьей вершине треугольника.

Решение. Пусть напряжённость полей, созданных зарядами Q и $-2Q$ в третьей вершине треугольника \vec{E}_1 и \vec{E}_2 (рис. 2.4). По принципу суперпозиции полей напряжённость результирующего поля $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$. Используя теорему косинусов для треугольника, составленного из векторов \vec{E} , \vec{E}_1 и \vec{E}_2 , получаем $E^2 = E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2\cos 60^\circ$. Поскольку $E_1 = kQ/a^2$, $E_2 = 2kQ/a^2$, $\cos 60^\circ = 1/2$, то $E = \sqrt{3}k \frac{Q}{a^2} \approx 2,2 \cdot 10^3 \text{ Н/Кл}$.

§ 3. Поле заряда, равномерно распределённого по сферической поверхности

Самый простой способ создать равномерное распределение заряда по сферической поверхности – это зарядить проводящий шарик и уединить его. Заряд, в силу равноправности всех направлений из центра шарика, распределится по поверхности равномерно.

Сравним поле искомого заряда Q на сфере радиуса R и поле точечного заряда, равного заряду сферы. На рис. 3.1 показаны картины силовых линий полей этих зарядов для случая $Q > 0$.

Число силовых линий, выходящих из зарядов сферы и точечного заряда, одинаково, т. к. заряды равны (свойство 3 предыдущего параграфа). Это означает, что картины силовых линий

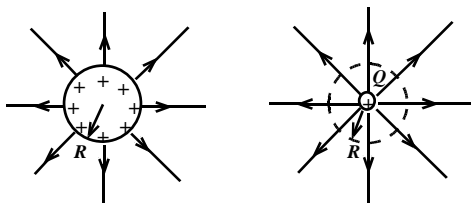


Рис. 3.1

обоих полей (а значит, и напряжённости) совпадают на расстояниях $r > R$, считая от центра сферы или от точечного заряда. Внутри сферы силовых линий нет, нет и поля. В противном случае силовые линии, начавшись на сфере, могли бы идти в силу симметрии только к центру сферы. Но в центре нет заряда, на котором они могли бы закончиться. Итак, *вне сферы напряжённость поля заряда Q , равномерно распределённого по сферической поверхности (сфере) радиуса R , совпадает с напряжённостью поля точечного заряда, равного заряду сферы и помещённого в центре сферы, а внутри сферы поля нет:*

$$E = k \frac{|Q|}{r^2} \text{ при } r > R, \quad E = 0 \text{ при } r < R.$$

Здесь r – расстояние от центра сферы. Для записи выражения напряжённости вне сферы можно применить и формулу (2.3).

Говорить о напряжённости поля при $r = R$ нет смысла, т. к. в рамках теории, когда не рассматриваются размеры конкретных носителей заряда на атомном уровне, напряжённость при $r = R$ не определена.

Задача 3.1. В центре сферы радиусом R находится точечный заряд $Q > 0$. По сфере распределён равномерно заряд $-4Q < 0$. Найти напряжённости E_1 и E_2 на расстояниях $R/2$ и $2R$ от центра сферы.

Решение. В любой точке напряжённость равна векторной сумме напряжённостей полей, созданных зарядами Q и $-4Q$:

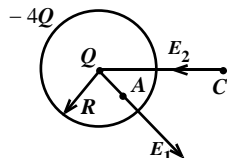


Рис. 3.2

$$\vec{E} = \vec{E}_Q + \vec{E}_{-4Q}.$$

Это векторное равенство можно записать в проекциях на ось x , проведённую из центра сферы через исследуемую точку: $E_x = E_{Qx} + E_{-4Qx}$.

Для точек A и C (рис. 3.2) на расстояниях $R/2$ и $2R$ от центра сферы проекция напряжённости на ось x

(свою для каждой точки): $E_{2x} = k \frac{Q}{(2R)^2} + k \frac{-4Q}{(2R)^2} = -\frac{3}{4} k \frac{Q}{R^2}$.

$E_1 = |E_{1x}| = 4k \frac{Q}{R^2}$, напряжённость направлена от центра сферы.

$E_2 = |E_{2x}| = \frac{3}{4} k \frac{Q}{R^2}$, напряжённость направлена к центру сферы.

§ 4. Поле бесконечной равномерно заряженной плоскости

Пусть поверхностная плотность заряда (заряд единицы поверхности) равна σ . Силовые линии перпендикулярны плоскости, густота их везде одинакова. Это следует из соображений симметрии. На рис. 4.1 показано поле для $\sigma > 0$. Напряжённость поля по каждую сторону плоскости одна и та же, независимо от расстояния до плоскости (поле однородно). Приведём без доказательства выражение для модуля напряжённости электрического поля по любую сторону плоскости:

$$E = k2\pi|\sigma| = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0}. \quad (4.1)$$

Эту формулу можно обобщить. Пусть σ произвольного знака. Направим ось x перпендикулярно плоскости (рис. 4.2). Можно убедиться непосредственной проверкой, что при $x > 0$ $E_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$, при $x < 0$ $E_x = \frac{-\sigma}{2\varepsilon_0}$ при любом знаке σ . Здесь E_x проекция напряжённости на ось x . Для запоминания обобщённых формул можно формально считать $\sigma > 0$ и писать выражение

для E_x при $x > 0$ и $x < 0$. Полученные формулы окажутся справедливыми и при $\sigma < 0$. Обобщение полезно тем, что нет знака модуля.

Задача 4.1. Равномерно заряженные пластины параллельны и находятся на расстоянии друг от друга много меньшем их размеров. Найти плотности зарядов σ_1 и σ_2 на пластинах, зная, что напряжённость поля в точках A и B вблизи пластин $E_A = 6000$ Н/Кл, $E_B = 2000$ Н/Кл (рис. 4.3).

Решение. Направим ось x на рис. 4.3 перпендикулярно пластинам, от первой ко второй. В любой точке по принципу суперпозиции полей напряжённость $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$, где \vec{E}_1 и \vec{E}_2 – напряжённости полей, созданных первой и второй пластинами. Запишем последнее равенство в проекциях на ось x : $E_x = E_{1x} + E_{2x}$. Это равенство справедливо для любой точки. Для точек A и B оно имеет более конкретный вид.

$$\text{Для т. } A: E_A = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0}. \text{ Для т. } B: E_B = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0}.$$

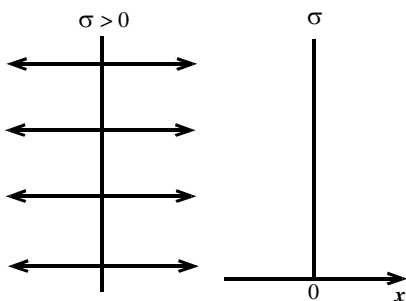


Рис. 4.1

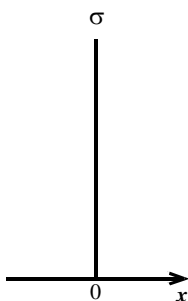


Рис. 4.2

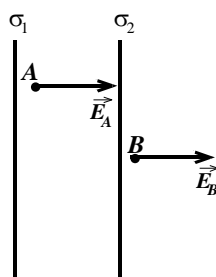


Рис. 4.3

Решая систему из последних двух уравнений, находим:

$$\sigma_1 = \epsilon_0(E_A + E_B) = 7,08 \cdot 10^{-8} \text{ Кл/м}^2, \quad \sigma_2 = -\epsilon_0(E_A - E_B) = -3,54 \cdot 10^{-8} \text{ Кл/м}^2.$$

Заметим, что для решения задачи с использованием для напряжённости формулы с модулем пришлось бы перебрать возможные случаи для знаков зарядов пластин, поскольку знаки заранее неизвестны. Это усложнило бы решение. Попробуйте решить задачу вторым способом и сравните его с первым.

§ 5. Потенциал

Пусть пробный заряд q перемещается в электростатическом поле из точки 1 в точку 2 по некоторой траектории под действием нескольких сил (рис. 5.1). Каждая сила совершает над зарядом работу. Нас интересует работа, совершённая над зарядом силами электростатического поля. Оказывается (доказательства не приводим), что эта работа не зависит от формы траектории. Например, работы на траекториях 1–3–2 и 1–4–2 равны. Из независимости работы от

формы траектории следует равенство нулю работы по замкнутой траектории. Например, работа сил электростатического поля над перемещаемым по замкнутой траектории $BCDB$ (рис. 5.1) зарядом q равна нулю: $A_{BCDB} = 0$.

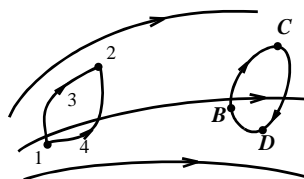


Рис. 5.1

Поля, для которых работа сил поля не зависит от формы траектории, называются *потенциальными*. В таких полях можно ввести понятие потенциальной энергии Π и потенциала φ . Для электростатического поля работа сил поля над перемещаемым из точки 1 в точку 2 зарядом равна убыли (приращению с обратным знаком) потенциальной энергии заряда в поле: $A_{12} = \Pi_1 - \Pi_2 = -\Delta\Pi$.

Потенциал данной точки поля вводится как отношение потенциальной энергии пробного заряда в поле к величине заряда: $\varphi = \frac{\Pi}{q}$.

Потенциал – энергетическая характеристика поля, не зависящая от величины пробного заряда. С введением потенциала для работы A_{12} можно записать:

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (5.1)$$

Разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ (*напряжение*) зависит только от положения точек 1 и 2.

Потенциальная энергия и потенциал определены с точностью до произвольной постоянной. Потенциал (и потенциальную энергию) можно отсчитывать от некоторой точки, положив в ней потенциал равным нулю. Обычно полагают равным нулю потенциал бесконечно удалённой точки поля (бесконечности) или потенциал Земли.

Перенесём мысленно пробный заряд из данной точки электростатического поля с потенциалом φ в бесконечность. Силы поля совершат над зарядом работу A . Согласно (5.1) $A = q(\varphi - \varphi_\infty)$. Если принять $\varphi_\infty = 0$, то

$$\varphi = \frac{A}{q}. \quad (5.2)$$

Равенство (5.2) удобно для нахождения потенциала данной точки поля.

Из принципа суперпозиции электрических полей и (5.2) можно вывести, что потенциал поля, созданного несколькими зарядами, равен сумме потенциалов полей, созданных отдельными зарядами: $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots = \sum_i \varphi_i$.

Единицей потенциала (разности потенциалов) в системе СИ служит вольт (В):

$$1 \text{ В} = 1 \text{ Дж/Кл.}$$

Не следует забывать, что независимость работы сил поля над перемещаемым зарядом от формы траектории и понятие потенциала справедливы только для электростатического поля и могут не иметь места для произвольного электрического поля.

Задача 5.1. В неоднородном электростатическом поле электрону сообщили в точке B скорость $v_B = 1000$ км/с. Электрон, двигаясь свободно в поле по криволинейной траектории, достиг точки C со скоростью $v_C = 2000$ км/с. Какую разность потенциалов $\varphi_B - \varphi_C$ прошёл электрон?

Решение. Работа сил электростатического поля над электроном равна изменению кинетической энергии электрона: $(-e)(\varphi_B - \varphi_C) = \frac{mv_C^2}{2} - \frac{mv_B^2}{2}$.

Здесь $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл – модуль заряда электрона, $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг – масса электрона. Имеем $\varphi_B - \varphi_C = -\frac{m}{2e}(v_C^2 - v_B^2) = -8,5$ В.

§ 6. Потенциал поля точечного заряда и заряда, равномерно распределённого по сферической поверхности

Примем потенциал бесконечности равным нулю. Тогда, используя (5.2), можно вывести, что на расстоянии r от точечного заряда Q потенциал электростатического поля

$$\varphi = k \frac{Q}{r}. \quad (6.1)$$

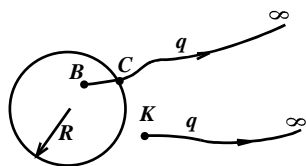


Рис. 6.1

Возьмём теперь заряд Q , равномерно распределённый по сфере радиуса R (рис. 6.1). Для нахождения потенциала на расстоянии r от центра сферы перенесём мысленно пробный заряд q из исследуемой точки в бесконечность и применим формулу (5.2).

Для произвольной точки K вне сферы $\varphi_K = A_{K\infty}/q$, где $A_{K\infty}$ – работа сил поля над q при его перемещении из т. K в бесконечность. Эта работа не изменится, если весь заряд Q сферы поместить в центр сферы, т. к. поля обоих зарядов Q при $r > R$ совпадают (см. § 3). Для точечного заряда Q отношение $A_{K\infty}/q$ есть потенциал его поля в т. K , который находится по формуле (6.1). Итак, для сферы $\varphi_K = kQ/r$. В предельном случае при $r = R$ получим потенциал сферы, равный kQ/R .

Для произвольной точки B внутри сферы $\varphi_B = A_{B\infty}/q = (A_{BC} + A_{C\infty})/q$.

Здесь $A_{B\infty}$, A_{BC} и $A_{C\infty}$ – работа сил поля над зарядом q на участках BC , BC и $C\infty$. Внутри сферы поля нет, сила на q со стороны поля не действует и $A_{BC} = 0$. Тогда $\varphi_B = A_{C\infty}/q$. Но правая часть последнего равенства есть по-

тенциал т. C , т. е. потенциал сферы, равный kQ/R . Значит, потенциал любой точки внутри сферы равен потенциалу сферы: $\varphi_B = kQ/R$.

Итак, для заряда Q , равномерно распределённого по сфере радиуса R потенциал поля вне сферы равен потенциалу точечного заряда, равного заряду сферы и помещённого в центре сферы (как и для напряжённости), а потенциал внутри сферы один и тот же и равен потенциалу сферы:

$$\varphi = k \frac{Q}{r} \text{ при } r > R, \quad \varphi = k \frac{Q}{R} \text{ при } r \leq R.$$

Задача 6.1. В двух вершинах прямоугольника со сторонами a и $2a$ (рис. 6.2) закреплены точечные заряды Q и $3Q$. Какую минимальную работу надо совершить, чтобы переместить точечный заряд $4Q$ из состояния покоя из вершины B в вершину C ?

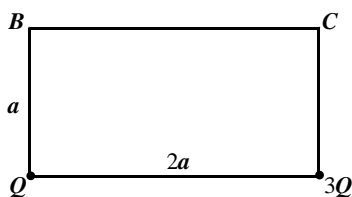


Рис. 6.2

Решение. Здесь идёт речь о работе A , которую необходимо совершить нам против электрических сил при переносе заряда $4Q$. Работа A в сумме с работой A_1 сил электростатического поля над зарядом $4Q$ равна изменению кинетической энергии перемещаемого заряда:

$$A + A_1 = \Delta K.$$

Отсюда $A = -A_1 + \Delta K$.

Работа A будет минимальной, если величина ΔK минимальна, т. е. заряд $4Q$ придёт в вершину C с нулевой скоростью, т. е. $\Delta K = 0$. Итак, $A = -A_1$. Работа сил поля над зарядом $A_1 = 4Q(\varphi_B - \varphi_C)$, где

$$\varphi_B = k \frac{Q}{a} + k \frac{3Q}{a\sqrt{5}}, \quad \varphi_C = k \frac{Q}{a\sqrt{5}} + k \frac{3Q}{a} \quad -$$

потенциалы результирующего поля, созданного зарядами Q и $3Q$ в вершинах B и C . Окончательно

$$A = \frac{8(\sqrt{5}-1)}{\sqrt{5}} \frac{kQ^2}{a} > 0.$$

Задача 6.2. В центре сферы радиусом R находится точечный заряд $Q > 0$. По сфере равномерно распределён заряд $-4Q < 0$. Найти потенциалы φ_A и φ_C на расстояниях $R/2$ и $2R$ от центра сферы (рис. 6.3).

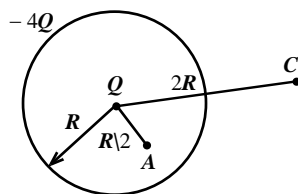


Рис. 6.3

Решение. Потенциал в любой точке равен сумме потенциалов полей, созданных в этой точке зарядами Q и $-4Q$. Для точек A и C :

$$\varphi_A = k \frac{Q}{R/2} + k \frac{-4Q}{R} = -2k \frac{Q}{R},$$

$$\varphi_C = k \frac{Q}{2R} + k \frac{-4Q}{2R} = -\frac{3}{2} k \frac{Q}{R}.$$

§ 7. Связь между напряжённостью электростатического поля и разностью потенциалов

Пусть имеется однородное электростатическое поле с напряжённостью E (рис. 7.1). Возьмём точки 1 и 2 на силовой линии на расстоянии d друг от друга так, чтобы направление 1-2 совпадало с направлением силовой линии. Можно показать, что разность потенциалов (напряжение) $\varphi_1 - \varphi_2$ между точками 1 и 2, напряжённость поля E и расстояние d связаны уравнением

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Ed. \quad (7.1)$$

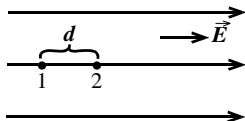


Рис. 7.1

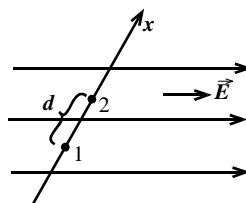


Рис. 7.2

Зависимость (7.1) можно обобщить. Пусть в однородном поле есть произвольные точки 1 и 2 (рис. 7.2). Проведём через эти точки в направлении 1-2 ось x . Можно показать, что

$$\varphi_1 - \varphi_2 = E_x d, \quad (7.2)$$

где E_x – проекция напряжённости поля на ось x .

Соотношение (7.2) можно применить и для неоднородного поля, если только d настолько мало, что поле в окрестности точек 1 и 2 можно считать однородным.

Проанализировав (7.1), можно заключить, что потенциал убывает в направлении силовой линии поля. Это утверждение справедливо и для неоднородного поля.

§ 8. Проводники

Проводниками называют тела, в которых находится достаточно много заряженных частиц, имеющих возможность перемещаться по всему проводнику под действием электрического поля. Эти частицы называются свободными зарядами, так как могут относительно свободно перемещаться по телу проводника. В металлах такими частицами являются электроны, в электролитах – ионы.

Пусть имеется заряженный проводник, помещённый во внешнее электростатическое поле. Под действием внешнего поля и собственного поля свободных зарядов свободные заряды будут перемещаться по телу проводника и перераспределяться до тех пор, пока не наступит равновесие, и движение зарядов не прекратится. Явление перераспределения зарядов проводника, вызванное влиянием внешнего электростатического поля, называется электростатической индукцией. Для заряженных проводников во внешнем электростатическом поле в равновесном состоянии справедливы следующие утверждения:

1. Электростатическое поле внутри проводника отсутствует. Доказательство от противного: при наличии поля свободные заряды придут в движение, и нарушится равновесие.

2. Напряжённость поля вблизи поверхности проводника и снаружи проводника перпендикулярна поверхности. Другими словами, силовые линии входят в проводник и выходят из него перпендикулярно поверхности проводника. Доказательство от противного: в противном случае появится составляющая силы вдоль поверхности, действующая на свободные заряды на поверхности проводника, заряды придут в движение и равновесие нарушится.

3. Плотность объёмного заряда (объёмная плотность заряда), т. е. заряд единицы объёма, внутри проводника равна нулю. Доказательство от противного: пусть сколь угодно малый макроскопический объём внутри проводника заряжен положительно (отрицательно), тогда из него выходят (входят) силовые линии, т. е. вблизи этого объёма есть электрическое поле – противоречие с тем, что поле внутри проводника отсутствует.

4. Внутренность проводника не заряжена, весь заряд проводника сосредоточен на его поверхности. Это утверждение следует из равенства нулю плотности объёмного заряда.

5. Разность потенциалов любых двух точек проводника, включая точки поверхности, равна нулю. Это значит, что потенциал всех точек проводника один и тот же. Поэтому говорят о потенциале проводника, не указывая конкретной точки проводника.

Для доказательства возьмём две произвольные точки проводника и перенесём пробный заряд из одной точки в другую по произвольной траектории, лежащей внутри проводника. Поля внутри проводника нет, на пробный заряд со стороны поля сила не действует, работа сил поля над зарядом равна нулю. Тогда, согласно (5.1), разность потенциалов между этими точками тоже равна нулю.

6. Сделаем внутри проводника полость, изъяв содержимое. Изъятие нейтрального содержимого полости не вызовет изменения поля во всех точках вне и внутри проводника и в полости. Значит, не изменится распределение зарядов по поверхности проводника, а напряжённость поля внутри проводника и в полости будет равна нулю. Итак, полые проводники ведут себя точно так же, как и сплошные.

Задача 8.1. Снаружи проводящего шара с зарядом $Q > 0$ находится точечный заряд $q > 0$ на расстоянии R от центра шара. Можно ли найти силу взаимодействия зарядов по формуле $F = kQq/R^2$?

Решение. Из-за явления электростатической индукции заряды на поверхности шара перераспределятся, удалившись от q . Сила станет меньше, чем рассчитанная по предложенной формуле! Этой формулой можно было бы воспользоваться, если бы заряд на поверхности шара остался равномерно распределённым.

Задача 8.2. Две проводящие пластины с зарядами Q и $3Q$ расположены параллельно и напротив друг друга. Площади пластин одинаковы, их размеры велики по сравнению с расстоянием между ними и можно считать, что заряды распределены по каждой поверхности пластин равномерно. Найти заряды на поверхностях пластин.

Решение. Пусть площадь пластин S , а заряды на поверхностях пластин q_1, q_2, q_3, q_4 (рис. 8.1). Внутри проводящих пластин зарядов нет, заряды Q и $3Q$ распределены по поверхностям пластин: $q_1 + q_2 = Q$, $q_3 + q_4 = 3Q$.

Направим ось x перпендикулярно пластинам. Для любой точки вне и внутри пластин сумма напряжённости полей, созданных зарядами q_1, q_2, q_3

и q_4 равна напряжённости \vec{E} результирующего

поля: $\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 = \vec{E}$.

Для точек A и C , в которых напряжённость поля равна нулю, последнее векторное равенство, записанное в проекциях на ось x , принимает вид:

$$\frac{q_1}{2\varepsilon_0 S} - \frac{q_2}{2\varepsilon_0 S} - \frac{q_3}{2\varepsilon_0 S} - \frac{q_4}{2\varepsilon_0 S} = 0,$$

$$\frac{q_1}{2\varepsilon_0 S} + \frac{q_2}{2\varepsilon_0 S} + \frac{q_3}{2\varepsilon_0 S} - \frac{q_4}{2\varepsilon_0 S} = 0.$$

Решая систему из четырёх записанных скалярных уравнений, находим

$$q_1 = q_4 = 2Q, \quad q_2 = -Q, \quad q_3 = Q.$$

Полученный ответ справедлив при любом знаке Q . На рис. 8.1 показана картина силовых линий и распределение зарядов для случая $Q > 0$.

Задача 8.3. Проводящий полый шар (рис. 8.2) с радиусами сферических поверхностей R и $2R$ имеет заряд $2Q$ ($Q > 0$). В центре шара находится точечный заряд Q . Найти напряжённость и потенциал в точках A и C на расстояниях $R/2$ и $3R$ от центра шара. Найти потенциал полого шара.

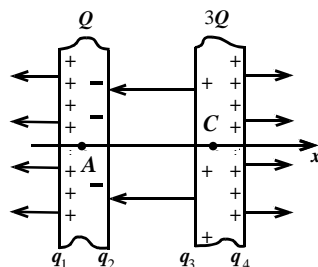


Рис. 8.1

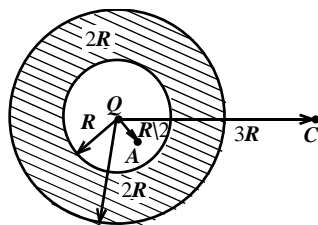


Рис. 8.2

Решение. Все силовые линии, вышедшие из точечного заряда Q , заканчиваются на внутренней поверхности полого шара (на рис. 8.3 показана только часть силовых линий). Поэтому заряд на внутренней поверхности равен по модулю и противоположен по знаку заряду Q , т. е. равен $-Q$. Так как заряд проводника может располагаться только на его поверхностях и суммарный заряд равен $2Q$, то заряд внешней поверхности шара составит $3Q$. Итак, имеем систему зарядов, состоящую из точечного заряда Q и зарядов $-Q$ и $3Q$ на сферах радиусами R и $2R$.

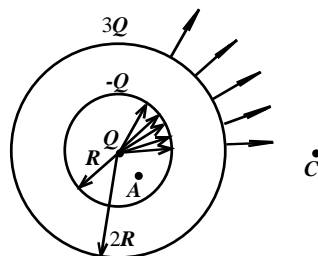


Рис. 8.3

Для точек A и C по принципу суперпозиции полей проекция напряжённости результирующего поля на ось x , проведённую из центра шара через исследуемую точку (для точек A и C оси x различны), равна сумме проекций напряжённостей полей, созданных зарядами Q , $-Q$, $3Q$:

$$E_{Ax} = k \frac{Q}{(R/2)^2} + 0 + 0 = 4k \frac{Q}{R^2} > 0,$$

$$E_{Cx} = k \frac{Q}{(3R)^2} + k \frac{-Q}{(3R)^2} + k \frac{3Q}{(3R)^2} = \frac{1}{3} k \frac{Q}{R^2} > 0.$$

Проекции получились положительные. Это значит, что напряжённости поля в точках A и C направлены от центра шара и равны

$$E_A = 4k \frac{Q}{R^2}, \quad E_C = \frac{1}{3} k \frac{Q}{R^2}.$$

Найдём потенциалы. По принципу суперпозиции полей потенциал в т. A равен сумме потенциалов в этой точке от полей, созданных зарядами Q , $-Q$ и

$$3Q: \varphi_A = k \frac{Q}{R/2} + k \frac{-Q}{R} + k \frac{3Q}{2R} = \frac{5}{2} k \frac{Q}{R}.$$

Аналогично потенциал в т. C :

$$\varphi_C = k \frac{Q}{3R} + k \frac{-Q}{3R} + k \frac{3Q}{3R} = k \frac{Q}{R}.$$

Потенциал шара проще всего найти, определив потенциал наружной поверхности шара:

$$\varphi = k \frac{Q}{2R} + k \frac{-Q}{2R} + k \frac{3Q}{2R} = \frac{3}{2} k \frac{Q}{R}.$$

§ 9. Диэлектрики

Идеальные диэлектрики – это вещества, не содержащие свободных зарядов. В куске незаряженного диэлектрика, помещённого в электростатическое поле,

появляются так называемые *связанные заряды*. В результате напряжённость поля внутри и вне диэлектрика изменяется по модулю и направлению по сравнению с тем, что было в соответствующих точках пространства до внесения диэлектрика. Природа возникновения связанных зарядов связана с явлением *поляризации* – ориентацией нейтральных молекул по полю из-за того, что молекулы были или стали под действием внешнего поля диполями. Связанные заряды, возникшие в поляризованном диэлектрике, создают собственное электростатическое поле, которое накладывается на внешнее, противодействуя ему и пытаясь ослабить. Результирующее поле внутри диэлектрика становится отличным от внешнего.

Характеристикой однородного изотропного диэлектрика является диэлектрическая проницаемость ε . Если граница такого диэлектрика перпендикулярна внешнему электрическому полю, то напряжённость поля в диэлектрике будет в ε раз меньше, чем в вакууме.

Напряжённость поля равномерно распределённого по сфере заряда, точечного заряда и бесконечной равномерно заряженной плоскости, помещённых в диэлектрик с диэлектрической проницаемостью ε , будет в ε раз меньше, чем в вакууме. Для точечного заряда и сферы (при $r > R$) вместо (2.2) и (2.3) справедливы формулы $E = k \frac{|Q|}{\varepsilon r^2}$, $E_x = k \frac{Q}{\varepsilon r^2}$.

Для плоскости вместо (4.1) справедливо $E = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon\varepsilon_0}$.

В бесконечном однородном и изотропном диэлектрике вместо формулы (2.1) закона Кулона можно записать $F = k \frac{|q_1||q_2|}{\varepsilon r^2}$.

Задача 9.1. Точечный заряд Q находится в центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ε (рис. 9.1). Найти напряжённость электрического поля в точках 1, 2 и 3 на расстояниях r_1 , r_2 и r_3 от точечного заряда.

Решение. Пусть есть заряд Q в вакууме. С появлением слоя из диэлектрика напряжённость поля, перпендикулярная границам диэлектрика, изменяется только в диэлектрике, причём уменьшается в ε раз. Поэтому

$$E_1 = k \frac{|Q|}{r_1^2}, \quad E_2 = k \frac{|Q|}{\varepsilon r_2^2}, \quad E_3 = k \frac{|Q|}{r_3^2}.$$

§ 10. Конденсаторы

Конденсатором называется система, состоящая из двух проводников, расположенных достаточно близко друг от друга. Проводники называют обкладками конденсатора. Если на обкладки конденсатора поместить равные по мо-

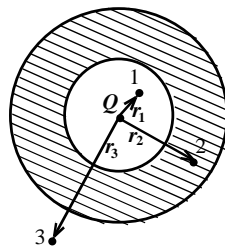


Рис. 9.1

дулю и противоположные по знаку заряды, то разность потенциалов (напряжение) между обкладками будет пропорциональна заряду обкладок, т. е. отношение заряда к напряжению не будет зависеть от заряда. На основании этого утверждения, которое приводим без доказательства, вводится понятие электроёмкости (ёмкости конденсатора).

Ёмкостью конденсатора называется отношение заряда Q одной из обкладок к разности потенциалов U между этой обкладкой и соседней:

$$C = \frac{Q}{U}. \quad (10.1)$$

Если взят заряд на положительно заряженной обкладке, то $Q > 0$, $U > 0$ и получится $C > 0$. Если заряд взят на отрицательной обкладке, то $Q < 0$, $U < 0$ и опять будет $C > 0$. Итак, из определения ёмкости следует, что ёмкость величина положительная. В системе СИ ёмкость измеряется в фарадах: $1 \text{ Ф} = 1 \text{ Кл/В}$.

Требование близости обкладок друг к другу связано с тем, что для независимости C от Q в (10.1) нужно, чтобы поле от зарядов на обкладках было сосредоточено практически полностью между обкладками, т. е. все силовые линии, начинающиеся на одной обкладке, заканчивались только на другой и не уходили на окружающие тела. В этом случае окружающие тела не будут влиять на ёмкость конденсатора.

Можно вывести, что ёмкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}. \quad (10.2)$$

Здесь S – площадь обкладок, d – расстояние между ними, ε – диэлектрическая проницаемость диэлектрика между обкладками.

При последовательном соединении изначально не заряженных конденсаторов с ёмкостями C_1, C_2, \dots общий заряд равен заряду каждого конденсатора, общее напряжение равно сумме напряжений на отдельных конденсаторах, об-

щая ёмкость определяется из формулы $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$

Полезно помнить формулу для частного случая последовательного соединения двух конденсаторов: $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$.

Для последовательно соединённых n одинаковых конденсаторов ёмкостью C_1 каждый $C = C_1 / n$.

Если последовательно соединены предварительно заряженные конденсаторы, то применение перечисленных выше свойств и формул может привести к неправильному результату!

При параллельном соединении конденсаторов с ёмкостями C_1, C_2, \dots общий заряд равен сумме зарядов отдельных конденсаторов, общее напряжение равно напряжению на каждом, общая ёмкость равна сумме ёмкостей:

$$C = C_1 + C_2 + \dots$$

Задача 10.1. В плоский конденсатор параллельно его обкладкам вставлена пластина из диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ε (рис. 10.1). Площадь обкладок конденсатора и пластины S , толщина пластины d , расстояние между обкладками $3d$. Найти ёмкость такого конденсатора.

Решение. Пусть расстояние от пластины до левой обкладки конденсатора x . Наклеим мысленно на обе стороны пластины тонкую проводящую и незагруженную фольгу. От этого ничего не изменится. Обе фольги можно рассматривать как своеобразные провода, соединяющие три последовательно соединённых конденсатора с расстояниями x , d и $2d - x$. Для общей ёмкости C

$$\frac{1}{C} = \frac{x}{\varepsilon_0 S} + \frac{d}{\varepsilon_0 S} + \frac{2d - x}{\varepsilon_0 S}.$$

Окончательно $C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d(2\varepsilon + 1)}$. Заметим, что не заданная в условии величина

x «исчезла» в процессе решения.

Задача 10.2*. В плоский конденсатор ёмкостью C вставлена параллельно обкладкам плоская проводящая пластина с зарядом Q (рис. 10.2). Конденсатор подсоединён к источнику с ЭДС \mathcal{E} . Площади пластины и обкладок кон-

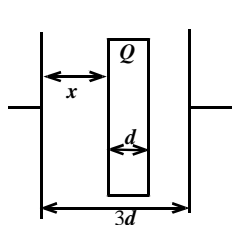


Рис. 10.1

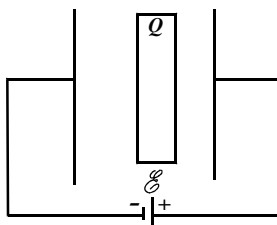


Рис. 10.2

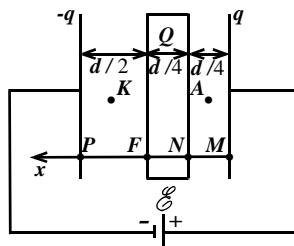


Рис. 10.3

денсатора равны. Толщина пластины равна расстоянию от неё до правой обкладки и составляет четверть от расстояния между обкладками. Найти заряд конденсатора.

Решение. Пусть d – расстояние между обкладками, S – их площадь. Пусть q – заряд правой обкладки. Тогда заряд левой будет $-q$, т. к. заряд в значительных количествах не может накапливаться на соединительных проводах и в источнике. Направим ось x влево (рис. 10.3).

Заметим, что поле внутри пластины отсутствует и разность потенциалов $\varphi_N - \varphi_F$ между точками N и F равна нулю. Кроме того, заряды на поверхностях пластины создают вне пластины такое же поле, как и заряд Q , если бы

его расположить на любой из двух поверхностей пластины. Это легко показать отдельно.

Разность потенциалов $\varphi_M - \varphi_P$ между точками M и P равна \mathcal{E} . Поэтому

$$(\varphi_M - \varphi_N) + (\varphi_N - \varphi_F) + (\varphi_F - \varphi_P) = \mathcal{E}.$$

$$\text{У нас } \varphi_M - \varphi_N = E_A \frac{d}{4}, \quad \varphi_N - \varphi_F = 0, \quad \varphi_F - \varphi_P = E_A \frac{d}{2}.$$

Здесь E_A и E_K – проекции напряжённости результирующего поля на ось x . По принципу суперпозиции полей

$$E_A = \frac{q}{2\varepsilon_0 S} - \frac{Q}{2\varepsilon_0 S} - \frac{-q}{2\varepsilon_0 S} = \frac{1}{2\varepsilon_0 S} (2q - Q),$$

$$E_K = \frac{q}{2\varepsilon_0 S} + \frac{Q}{2\varepsilon_0 S} - \frac{-q}{2\varepsilon_0 S} = \frac{1}{2\varepsilon_0 S} (2q + Q).$$

Подставляя выражения для E_A , E_K и разностей потенциалов в первое уравнение, получим после упрощений $6q + Q = 8\mathcal{E} \frac{\varepsilon_0 S}{d}$.

Так как $\frac{\varepsilon_0 S}{d} = C$, то $q = (8C\mathcal{E} - Q)/6$.

Следует заметить, что знак найденного заряда правой обкладки зависит от соотношения заданных в условии задачи величин.

Задача 10.3. На схему (рис. 10.4) подано напряжение $U = 24$ В. Ёмкости конденсаторов $C_1 = 1$ мкФ, $C_2 = 2$ мкФ, $C_3 = 3$ мкФ. Найти напряжения на конденсаторах.

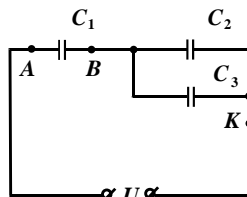


Рис. 10.4

Решение. В задачах, где есть схемы с конденсаторами, обычно предполагаются, что схемы собраны из первоначально незаряженных конденсаторов.

Ёмкость между точками B и K $C_{BK} = C_2 + C_3 = 5$ мкФ.

$$\text{Общая ёмкость } C_{AK} = \frac{C_1 C_{BK}}{C_1 + C_{BK}} = \frac{5}{6} \text{ мкФ}.$$

Общий заряд всей батареи конденсаторов $q_{AK} = C_{AK} U = 20 \cdot 10^{-6}$ Кл. Так как заряд q_1 конденсатора C_1 равен заряду батареи, то напряжение на этом конденсаторе $U_1 = q_1 / C_1 = q_{AK} / C_1 = 20$ В. Напряжения на конденсаторах C_2 и C_3 равны напряжению между точками B и K и в сумме с U_1 дают U . Поэтому $U_2 = U_3 = U_{BK} = U - U_1 = 4$ В.

Приведённая в задаче схема негромоздкая, и ответ легко получить в общем виде:

$$U_1 = \frac{C_2 + C_3}{C_1 + C_2 + C_3} U = 20 \text{ В}, \quad U_2 = U_3 = \frac{C_1}{C_1 + C_2 + C_3} U = 4 \text{ В}.$$

§ 11. Энергия электрического поля

Электрическое поле обладает энергией. Плотность энергии w (энергия единицы объёма) любого электрического поля в некоторой точке зависит от напряжённости E поля в этой точке. В однородном изотропном диэлектрике с диэлектрической проницаемостью ε

$$w = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2}.$$

Энергия электрического поля конденсатора есть энергия конденсатора. Почти вся энергия плоского конденсатора сосредоточена в однородном поле между его обкладками.

Параметры заряженного конденсатора характеризуются тремя величинами: ёмкостью C , зарядом q и напряжением U . Между ними простая связь: $C = q/U$. Энергия конденсатора может быть выражена через любые две из

$$\text{трёх величин: } W = \frac{qU}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}.$$

Задача 11.1. Плоский конденсатор имеет заряд Q и отсоединён от источника. Пластина с диэлектрической проницаемостью ε заполняет всё пространство между обкладками. Ёмкость конденсатора без диэлектрика равна C . Какую минимальную работу надо совершить, чтобы удалить пластину из конденсатора?

Решение. Искомая работа A внешних сил пойдёт на приращение энергии конденсатора: $A = W_2 - W_1$. Заряд конденсатора не изменяется, а ёмкость

$$\text{уменьшается от } \varepsilon C \text{ до } C. \text{ Тогда } A = \frac{Q^2}{2C} - \frac{Q^2}{2\varepsilon C} = \frac{Q^2}{2C} \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}.$$

§ 12. Электрический ток

Упорядоченное движение электрических зарядов называется электрическим током. Эти заряды называются носителями тока. В металлах носителями тока являются электроны, в электролитах – положительные и отрицательные ионы, в ионизованных газах и плазме – ионы обоих знаков и электроны.

Силой тока (током) называется отношение заряда ΔQ , проходящего через поперечное сечение проводника за время Δt , к Δt :

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}. \quad (12.1)$$

Если переносимый заряд ΔQ пропорционален Δt , то сила тока I постоянна и говорят о постоянном токе. В остальных случаях формула (12.1) даёт мгновенное значение тока при $\Delta t \rightarrow 0$.

За направление тока принимается направление движения положительных зарядов. Прохождение через поперечное сечение проводника отрицательного заряда эквивалентно в смысле переноса заряда прохождению такого же по модулю положительного заряда, но в противоположном направлении. Под ΔQ в (12.1) понимается алгебраическая сумма зарядов, переносимых носителями обоих знаков.

Силу тока I удобно иногда считать положительной или отрицательной в зависимости от выбора положительного направления вдоль проводника. Если направление тока совпадает с выбранным направлением вдоль проводника, то $\Delta Q > 0$ и $I > 0$. В противном случае $\Delta Q < 0$ и $I < 0$. Но часто под силой тока понимают её абсолютное значение, указывая дополнительно направление тока.

§ 13. Закон Ома для участка цепи, содержащего ЭДС

Пусть на свободные заряды участка цепи 1-2 действуют сторонние силы (силы неэлектростатического происхождения). Тогда говорят, что на участке 1-2 действует электродвижущая сила (ЭДС). За направление действия ЭДС будем считать направление действия сторонних сил на положительные заряды.

Для участка цепи 1-2 можно вывести, используя закон сохранения и превращения энергии, **закон Ома для участка цепи, содержащего ЭДС**:

$$(\varphi_1 - \varphi_2) \pm \mathcal{E} = \pm IR. \quad (13.1)$$

Здесь $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – разность потенциалов (напряжение) между точками 1 и 2, \mathcal{E} – ЭДС, действующая на участке 1-2, I – сила тока, R – сопротивление участка 1-2. В (13.1) величины I и \mathcal{E} взяты положительными, что удобно на практике. При этом справедливо **правило знаков**: перед \mathcal{E} (или I) берётся знак «+», если направление действия ЭДС (или направление тока) совпадает с направлением от 1 к 2 и наоборот. Величина IR называется падением напряжения.

На схемах ЭДС на участках цепи обозначается, $\begin{array}{c} + \\ | \\ - \end{array}$ наличие у участка цепи сопротивления обозначается $\text{—}\square\text{—}$. Причём ЭДС и сопротивление могут быть «размазаны» по участку 1-2 произвольным образом и поэтому порядок расположения этих двух символических обозначений для участка цепи в схеме не играет роли. Направление действия ЭДС совпадает с направлением от «–» к «+» на символическом обозначении.

Следует отметить, что равенство (13.1) справедливо не только для постоянных по времени I , \mathcal{E} , R , но и для их мгновенных значений.

Задача 13.1. На участке цепи 1-2, имеющем сопротивление $R = 5$ Ом, идёт ток $I = 2$ А и действует ЭДС $\mathcal{E} = 12$ В. Найти на участке 1-2 (рис. 13.1) падение напряжения и напряжение.

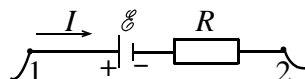


Рис. 13.1

Решение. Падение напряжения есть $IR = 10$ В. По закону Ома для участка цепи, содержащего ЭДС, $(\varphi_1 - \varphi_2) - \mathcal{E} = IR$. Отсюда напряжение $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = IR + \mathcal{E} = 22$ В.

§ 14. Закон Ома для участка цепи без ЭДС

Пусть на участке 1-2 нет ЭДС (рис. 14.1). Тогда равенство (13.1) принимает вид

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \pm IR. \quad (14.1)$$

Здесь правило знаков такое же, как в (13.1), т.е. берётся для удобства $I > 0$ и знак «+» перед I ставится при совпадении направлений тока с направлением 1-2. Если обозначить $|\varphi_1 - \varphi_2| = U$, то получается привычная формула **закона Ома для участка цепи без ЭДС**:

$$U = IR \text{ или } I = \frac{U}{R}. \quad (14.2)$$

Заметим, что для участка цепи без ЭДС напряжение U равно падению напряжения IR .

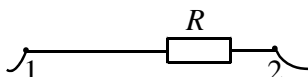


Рис. 14.1

§ 15. Закон Ома для замкнутой цепи

Под замкнутой цепью понимается схема, в которой участок цепи ABD с ЭДС \mathcal{E} и сопротивлением r подсоединён к участку цепи DKA с сопротивлением R и без ЭДС (рис. 15.1). Участок ABD называется источником тока или просто источником. Сопротивление r участка ABD называется внутренним сопротивлением источника и на схемах обозначение в виде прямоугольника опускается, указывается только сама буква r . Участок ABD замкнутой цепи называют внутренним, участок DKA – внешним, а сопротивление R – внешним сопротивлением.

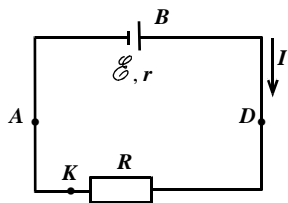


Рис. 15.1

Под действием сторонних сил в источнике в замкнутой цепи возникает ток I , идущий вне источника от «+» к «-». Применим закон Ома для участков ABD и DKA : $\varphi_A - \varphi_D + \mathcal{E} = Ir$, $\varphi_D - \varphi_A = IR$.

Сложив последние два уравнения, получим

$$\mathcal{E} = Ir + IR. \quad (15.1)$$

Ir называется внутренним падением напряжения, IR – внешним падением напряжения. Обычно **закон Ома для замкнутой цепи** записывают в одной из

двух форм, которые получаются из (15.1): $\mathcal{E} = I(R + r)$, $I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$. $R + r$ называется полным сопротивлением цепи.

§ 16. Последовательное и параллельное соединение проводников

При последовательном соединении проводников с сопротивлениями R_1 , R_2 , R_3 , ... ток I равен току в каждом:

$$I = I_1 = I_2 = I_3 = \dots$$

На рис. 16.1 показано последовательное соединение двух проводников.

Общая разность потенциалов (напряжение) всего участка цепи, как легко показать, равна сумме напряжений на отдельных проводниках:

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \dots$$

Можно вывести, что общее сопротивление при последовательном соединении проводников

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$

В частном случае последовательного соединения n проводников сопротивлением R_1 каждый $R = nR_1$.

При параллельном соединении проводников ток I равен сумме токов во всех проводниках:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots$$

На рис. 16.2 показано параллельное соединение двух проводников. Общее напряжение равно напряжению на каждом проводнике:

$$U = U_1 = U_2 = U_3 = \dots$$

Можно показать, что общее сопротивление R при параллельном соединении проводников с сопротивлениями R_1 , R_2 , ... находится из равенства

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$

В частном случае параллельного соединения двух проводников

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

В другом частном случае параллельного соединения n проводников сопротивлением R_1 каждый $R = R_1 / n$.

Задача 16.1. В схеме на рис. 16.3 $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 6$ Ом, $R_4 = 9$ Ом, $R_5 = 5$ Ом, $\mathcal{E} = 12$ В, $r = 0,5$ Ом. Найти ток через резистор R_1 .

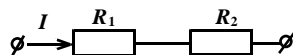


Рис. 16.1

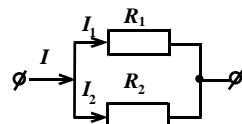


Рис. 16.2

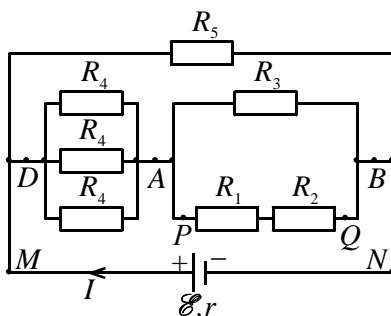


Рис. 16.3

Решение. Задачи с громоздкими схемами удобно рассчитывать не в общем виде, а численно, т. е. последовательно находить численные значения параметров схемы. Расставим точки A, B, D, M, N, P, Q на схеме. Сопротивление участка PQ $R_{PQ} = R_1 + R_2 = 3 \text{ Ом}$. Сопротивление участка AB

$$R_{AB} = \frac{R_3 R_{PQ}}{R_3 + R_{PQ}} = 2 \text{ Ом}. \text{ Сопротивление участков } DA, DB \text{ и } MN \text{ будут}$$

$$R_{DA} = R_4 / 3 = 3 \text{ Ом}, \quad R_{DB} = R_{DA} + R_{AB} = 5 \text{ Ом}, \quad R_{MN} = \frac{R_{DB} R_5}{R_{DB} + R_5} = 2,5 \text{ Ом}. \text{ Заметим,}$$

что оказалось $R_{DB} = R_5 = 5 \text{ Ом}$. Тогда можно было бы сразу написать $R_{MN} = R_5 / 2 = 2,5 \text{ Ом}$.

По закону Ома для замкнутой цепи $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{MN} + r} = 4 \text{ А}$. Теперь пойдём «обратно», вычисляя параметры схемы и приближаясь к R_1 . Напряжение между точками M и N $U_{MN} = IR_{MN} = 10 \text{ В}$. Напряжение $U_{DB} = U_{MN} = 10 \text{ В}$. Ток на участке DB $I_{DB} = U_{DB} / R_{DB} = 2 \text{ А}$. Напряжение $U_{AB} = I_{DB} R_{AB} = 4 \text{ В}$. Так как $U_{AB} = U_{PQ}$, то ток через R_1 будет

$$I_1 = I_{PQ} = \frac{U_{PQ}}{R_{PQ}} = \frac{U_{AB}}{R_{PQ}} = \frac{4}{3} \text{ А}.$$

§ 17. Последовательное и параллельное соединение источников

При последовательном соединении источников общая ЭДС равна алгебраической сумме ЭДС отдельных источников, общее внутреннее сопротивление равно сумме внутренних сопротивлений отдельных источников. Для определения знака ЭДС каждого источника нужно выбрать положительное направление движения на участке с этим источником. ЭДС источника берётся со знаком «+», если направление действия ЭДС совпадает с выбранным направлением. В противном случае ставится знак «-».

При параллельном соединении источников с одинаковыми ЭДС и возможно различными внутренними сопротивлениями общая ЭДС (ЭДС батареи) равна ЭДС одного источника. Внутреннее сопротивление батареи рассчитывается как при параллельном соединении проводников с сопротивлениями, равными внутренним сопротивлениям источников.

При параллельном соединении источников с различными ЭДС выражение для ЭДС батареи усложняется и здесь не приводится.

Задача 17.1. В схеме на рис. 17.1 $\mathcal{E}_1 = 12 \text{ В}$, $\mathcal{E}_2 = 3 \text{ В}$, $r_1 = 1 \text{ Ом}$, $r_2 = 2 \text{ Ом}$, $R = 6 \text{ Ом}$. Найти напряжения на зажимах источников, т.е. разность потенциалов $\varphi_A - \varphi_B$ и $\varphi_B - \varphi_D$.

Решение. ЭДС батареи последовательно соединённых источников $\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 = 9\text{ В}$. Причём, полярность батареи совпадает с полярностью источника \mathcal{E}_1 , т. к. $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$. Ток по закону Ома для замкнутой цепи $I = \mathcal{E} / (R + r_1 + r_2) = 1\text{ А}$. По закону Ома для участков цепи AB и BD :

$$\varphi_A - \varphi_B + \mathcal{E}_1 = Ir_1, \quad \varphi_B - \varphi_D - \mathcal{E}_2 = Ir_2.$$

Отсюда $\varphi_A - \varphi_B = Ir_1 - \mathcal{E}_1 = -11\text{ В}$, $\varphi_B - \varphi_D = Ir_2 + \mathcal{E}_2 = 5\text{ В}$.

Задача 17.2. Найти ток через резистор с сопротивлением R в схеме на рис. 17.2.

Решение. Между точками A и B имеем параллельное соединение источников. На рис. 17.3 показана эквивалентная схема, для которой $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}$, $r_1 = r \cdot 2r / (r + 2r) = 2r / 3$. Общая ЭДС и внутреннее сопротивление последовательно соединённых источников с ЭДС $3\mathcal{E}$ и \mathcal{E}_1

$$\mathcal{E}_0 = 3\mathcal{E} - \mathcal{E}_1 = 3\mathcal{E} - \mathcal{E} = 2\mathcal{E}, \quad r_0 = 3r + r_1 = 3r + 2r/3 = 11r/3.$$

$$\text{Ток } I = \frac{\mathcal{E}_0}{R + r_0} = \frac{6\mathcal{E}}{3R + 11r}.$$

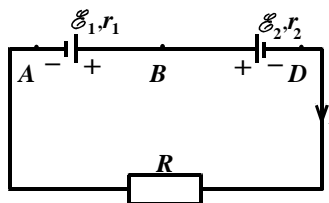


Рис. 17.1

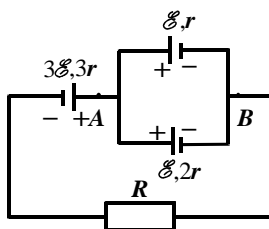


Рис. 17.2

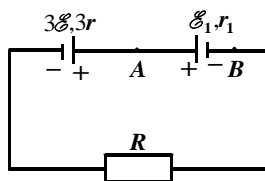


Рис. 17.3

§ 18. Правила Кирхгофа

Соединения резисторов и источников в сложных цепях не всегда можно свести к совокупности последовательного и параллельного их соединений. Для расчётов сложных цепей удобно применять правила Кирхгофа.

Узлом электрической цепи будем называть точку, где сходятся не менее трёх проводников. Токи, подходящие к узлу, будем считать положительными, а выходящие из узла – отрицательными. Узел – это не обкладки конденсатора, где может происходить существенное накопление заряда. Отсюда следует первое правило Кирхгофа: *алгебраическая сумма токов в узле равна нулю*.

Участок цепи между двумя узлами называется *ветвью*. Возьмём в сложной цепи произвольный замкнутый контур, состоящий из отдельных ветвей. Выберем направление обхода контура по часовой стрелке или против. ЭДС в каждой ветви контура будем считать положительной, если направление её действия совпадает с выбранным направлением обхода контура, а в противном случае – отрицательной. Падение напряжения (произведение тока на сопро-

тивление) в любой ветви контура будем считать положительным, если направление тока в этой ветви совпадает с направлением обхода контура, в противном случае – отрицательным. Записав для каждой ветви контура уравнение закона Ома для участка цепи, содержащего ЭДС, и сложив все уравнения, получим **второе правило Кирхгофа**: *в произвольном замкнутом контуре любой электрической цепи сумма падений напряжений во всех ветвях контура равна алгебраической сумме ЭДС во всех ветвях контура*.

Оба правила Кирхгофа справедливы не только для постоянных во времени значений всех величин, входящих в соответствующие уравнения, но и для их мгновенных значений.

При составлении уравнений по правилам Кирхгофа нужно придерживаться следующих рекомендаций. Если в цепи содержится n узлов, то по первому правилу Кирхгофа можно составить только $n - 1$ независимых уравнений. При составлении уравнений по второму правилу Кирхгофа надо следить, чтобы в каждом новом контуре была хотя бы одна ранее не использованная ветвь. Отступление от этих рекомендаций приводит к появлению уравнений, являющихся следствием системы ранее составленных уравнений. В процессе решения такой «переполненной» системы может возникнуть тождество $0 = 0$, что приводит в замешательство решающего из-за «исчезновения» неизвестных системы.

Задача 18.1. В схеме на рис. 18.1 $\mathcal{E}_1 = 4,2 \text{ В}$, $\mathcal{E}_2 = 3,8 \text{ В}$, $R_1 = R_2 = 10 \text{ Ом}$, $R_3 = 45 \text{ Ом}$. Найти силу и направление тока во всех участках цепи. Считать, что внутренние сопротивления источников вошли в R_1 и R_2 .

Решение. Зададим направления токов произвольно, например так, как показано на рис. 18.1. Для нахождения трёх неизвестных токов надо составить три независимых уравнения. В схеме $n = 2$ узла. По первому правилу Кирхгофа составляем $n - 1 = 1$ уравнение. Для узла C :

$$I_1 - I_2 + I_3 = 0.$$

Недостающие два уравнения составляем по второму правилу Кирхгофа для контуров $ABCA$ и $ABCD$: $I_1 R_1 - I_3 R_3 = \mathcal{E}_1$, $I_1 R_1 + I_2 R_2 = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2$.

Решение системы полученных трёх уравнений в общем виде трудоёмко и даёт громоздкие выражения для токов. Систему удобно решать, подставив в неё значения ЭДС и сопротивлений:

$$I_1 - I_2 + I_3 = 0, \quad 10I_1 - 45I_3 = 4,2, \quad 10I_1 + 10I_2 = 0,4.$$

Решая систему последних трёх уравнений, находим:

$$I_1 = 0,06 \text{ А}, \quad I_2 = -0,02 \text{ А}, \quad I_3 = -0,08 \text{ А}.$$

Отрицательные значения токов I_2 и I_3 говорят о том, что истинные направления этих токов противоположны указанным на рис. 18.1.

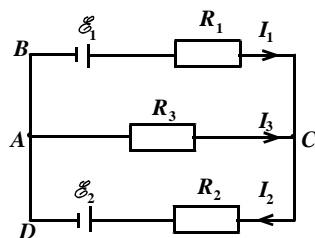


Рис. 18.1

§ 19. Закон Джоуля-Ленца. Энергетические превращения в электрической цепи

Для любого участка цепи, даже содержащего ЭДС, справедлив закон **Джоуля – Ленца**: *количество теплоты, выделяемое на участке цепи с сопротивлением R при прохождении постоянного тока I в течение времени t , есть $W = I^2 R t$.*

Отсюда мощность выделяемого тепла $P = W / t = I^2 R$.

Пусть на участке 1-2 идёт постоянный ток I , перенося за время t от т. 1 к т. 2 заряд $q = It$.

Работой тока на участке 1 – 2 называется работа сил электростатического поля по перемещению q из т. 1 в т. 2: $A_T = q(\phi_1 - \phi_2)$.

Обозначим разность потенциалов (напряжение) $\phi_1 - \phi_2$ через U . Тогда $A_T = qU = UI t$. В зависимости от знака U получается и знак A_T .

Мощность тока $P_T = A_T / t = UI$.

Работой источника с ЭДС \mathcal{E} при прохождении через него заряда q называется работа сторонних сил над зарядом q : $A_{ист} = \pm q\mathcal{E}$.

Если заряд переносится постоянным током I , то $A_{ист} = \pm \mathcal{E} I t$.

Когда заряд (ток) через источник идёт в направлении действия сторонних сил, то работа источника положительна (он отдаёт энергию). Аккумулятор в таком режиме разряжается. При обратном направлении тока работа источника отрицательна (он поглощает энергию). В этом режиме аккумулятор заряжается, запасая энергию. Мощность источника

$$P_{ист} = A_{ист} / t = \pm \mathcal{E} I.$$

Для участка цепи 1 – 2, содержащего ЭДС (источник), работа тока A_T , работа источника $A_{ист}$ и выделяемое количество теплоты W связаны уравнением закона сохранения энергии: $A_T + A_{ист} = W$.

Для участка цепи без ЭДС $A_{ист} = 0$, $A_T = W$ и количество теплоты равно работе тока. В этом случае количество теплоты можно выразить, используя закон Ома $I = U / R$, через любые две из трёх величин: I , U и R :

$$W = A_T = I^2 R t = UI t = \frac{U^2}{R} t.$$

Аналогичное соотношение и для мощностей:

$$P_T = I^2 R = UI = \frac{U^2}{R}.$$

Задача 19.1. Найти количество теплоты, выделяющееся на внутреннем сопротивлении каждого аккумулятора и на резисторе R за время $t = 10$ с в схеме

на рис. 17.1. Какие работы совершают аккумуляторы за это время? $\mathcal{E}_1 = 12 \text{ В}$, $\mathcal{E}_2 = 3 \text{ В}$, $r_1 = 1 \text{ Ом}$, $r_2 = 2 \text{ Ом}$, $R = 6 \text{ Ом}$.

Решение. Ток $I = (\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2) / (R + r_1 + r_2) = 1 \text{ А}$. Количество теплоты на аккумуляторах и на резисторе $W_1 = I^2 r_1 t = 10 \text{ Дж}$, $W_2 = I^2 r_2 t = 20 \text{ Дж}$,

$$W = I^2 R t = 60 \text{ Дж}.$$

Направление действия ЭДС первого аккумулятора совпадает с направлением тока, он разряжается, его работа положительна: $A_1 = \mathcal{E}_1 I t = 120 \text{ Дж}$. ЭДС второго аккумулятора направлена против тока, он заряжается, поглощая энергию, его работа отрицательна: $A_2 = -\mathcal{E}_2 I t = -30 \text{ Дж}$. Заметим, что

$$A_1 + A_2 = W_1 + W_2 + W,$$

что согласуется с законом сохранения энергии.

Задача 19.2. Конденсатор ёмкости C , заряженный до напряжения \mathcal{E} , подключается к батарее с ЭДС $3\mathcal{E}$ (рис. 19.1). Какое количество теплоты выделится в цепи после замыкания ключа?

Решение. После замыкания ключа ток в цепи скачком достигает некоторого значения и затем спадает до нуля, пока конденсатор не зарядится до напряжения $3\mathcal{E}$.

Энергия конденсатора увеличится на

$$\Delta W_C = C(3\mathcal{E})^2 / 2 - C\mathcal{E}^2 / 2 = 4C\mathcal{E}^2.$$

Через батарею пройдёт заряд Q , равный изменению заряда на верхней обкладке конденсатора:

$$\Delta q = 3C\mathcal{E} - C\mathcal{E} = 2C\mathcal{E}.$$

Работа батареи $A = \Delta q 3\mathcal{E} = 6C\mathcal{E}^2$. По закону сохранения энергии $A = \Delta W_C + W$. В цепи выделится количество теплоты $W = A - \Delta W_C = 2C\mathcal{E}^2$.

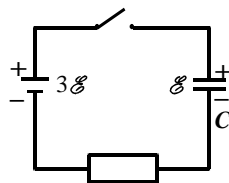


Рис. 19.1

Контрольные вопросы

1. Почему силовые линии электрического поля не могут пересекаться?
2. В трёх вершинах квадрата со стороной $a = 10 \text{ см}$ находятся точечные заряды $Q = 20 \text{ нКл}$, $2Q$ и $3Q$. Найти напряжённость (модуль) и потенциал электростатического поля в четвёртой вершине. От четвёртой вершины наиболее удалён заряд $2Q$.
3. Заряд $-9Q$ ($Q > 0$) равномерно распределён по сфере радиусом R . В центре сферы находится точечный заряд Q . Найти напряжённости E_1 и E_2 с указанием направления и потенциалы φ_1 и φ_2 электростатического поля на расстояниях $R/4$ и $5R$ от центра сферы.

4. Равномерно заряженные пластины параллельны и находятся на расстоянии друг от друга много меньшем их размеров. Найти плотности зарядов σ_1 и σ_2 на пластинах, зная, что напряжённости поля в точках A и D вблизи пластин $E_A = 50 \text{ Н/Кл}$, $E_D = 40 \text{ Н/Кл}$ (рис. 20.1).

5. Электрон помещён в т. A неоднородного электростатического поля и отпущен без начальной скорости (рис. 20.2). Нарисовать качественно траекторию электрона и дать объяснение.

6. Электрон, двигаясь в неоднородном электростатическом поле по участку криволинейной траектории между точками A и B , увеличил свою скорость с $v_A = 1000 \text{ км/с}$ до $v_B = 3000 \text{ км/с}$. Найти разность потенциалов между точками A и B .

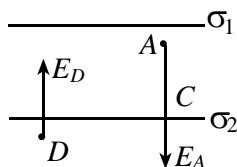


Рис. 20.1

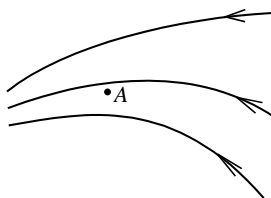


Рис. 20.2

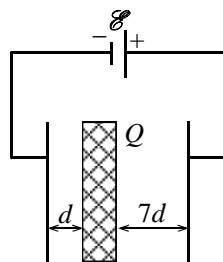


Рис. 20.3

7. Сравнить (больше, меньше или равны) силы взаимодействия двух точечных зарядов $q (q > 0)$ и $-8q$, находящихся на расстоянии R друг от друга, и двух проводящих шаров с радиусами $R/4$ и $R/2$ и зарядами q и $-8q$. Расстояние между центрами шаров R .

8. В двух противоположных вершинах квадрата со стороной a закреплены точечные заряды Q и $3Q$. Какую минимальную работу надо совершить, чтобы переместить заряд $2Q$ из третьей вершины квадрата в его центр?

9. Проводящий полый шар с радиусами сферических поверхностей R и $7R$ имеет заряд $2Q > 0$. В центре шара находится точечный заряд $-3Q$. Найти напряжённость (с указанием направления) и потенциал электростатического поля в точках A и C на расстояниях $R/2$ и $8R$ от центра шара. Найти потенциал полого шара.

10. Точечный заряд Q находится в центре полого шара из диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ϵ . Радиусы сферических поверхностей полого шара R и $8R$. Найти напряжённость электрического поля на расстояниях $R/4$, $6R$ и $10R$ от центра шара.

11. Решить задачу 10.1 Задания для расстояния между обкладками $8d$.

12. Ответить на предыдущий контрольный вопрос, заменив пластину из диэлектрика проводящей пластиной. Расстояние между обкладками $8d$.

13. В плоский конденсатор вставлена параллельно его обкладкам плоская проводящая пластина с зарядом Q (рис. 20.3). Конденсатор подсоединён к источнику с ЭДС \mathcal{E} . Площади пластины и обкладок конденсатора равны S каждая. Расстояния от пластины до обкладок d и $7d$. Найти заряды обкладок.

14. Три конденсатора с ёмкостями C , $4C$ и $2C$ соединены последовательно и подключены к источнику с ЭДС $\mathcal{E} = 14$ В. Найти напряжение на каждом конденсаторе.

15. Плоский воздушный конденсатор ёмкостью C заряжен до напряжения U и отсоединён от источника. Какую минимальную работу надо совершить, чтобы раздвинуть обкладки конденсатора, увеличив расстояние между ними в 7 раз?

16. Два последовательно соединённых конденсатора с ёмкостями C и $4C$ подсоединены к источнику с постоянной ЭДС. Как и во сколько раз изменится напряжение на конденсаторе ёмкостью $4C$ после пробоя (между обкладками появилось конечное сопротивление) конденсатора ёмкостью C ?

17. На участке цепи 1–2 (рис. 20.4) ток $I = 0,5$ А, ЭДС $\mathcal{E} = 12$ В, сопротивление $R = 15$ Ом. Найти на участке 1–2 падение напряжения и напряжение (разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$) для случаев, когда ток идёт от 1 к 2 и от 2 к 1.

18. В схеме на рис. 20.5 $\mathcal{E}_1 = 3$ В, $\mathcal{E}_2 = 24$ В, $r_1 = 3$ Ом, $r_2 = 2$ Ом, $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 6$ Ом. Найти напряжения на зажимах источников, т. е. разности потенциалов $\varphi_A - \varphi_B$ и $\varphi_C - \varphi_D$.

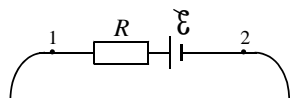


Рис. 20.4

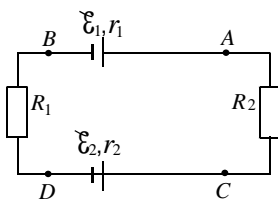


Рис. 20.5

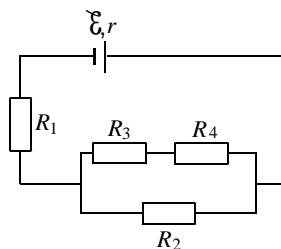


Рис. 20.6

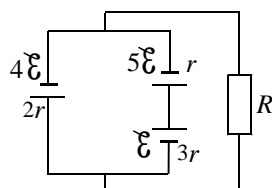


Рис. 20.7

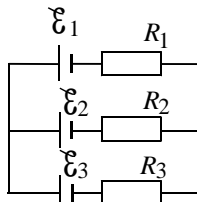


Рис. 20.8

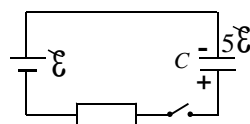


Рис. 20.9

19. В схеме на рис. 20.6 $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 8 \text{ Ом}$, $R_3 = 9 \text{ Ом}$, $R_4 = 3 \text{ Ом}$, $\mathcal{E} = 8 \text{ В}$, $r = 1,2 \text{ Ом}$. Найти ток через резистор R_3 .

20. Найти ток через резистор с сопротивлением R в схеме на рис. 20.7.

21. В схеме (рис. 20.8) $\mathcal{E}_1 = 3,0 \text{ В}$, $\mathcal{E}_2 = 4,0 \text{ В}$, $\mathcal{E}_3 = 5,0 \text{ В}$, $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $R_3 = 30 \text{ Ом}$. Найти силу и направление тока во всех участках цепи. Внутренним сопротивлением источников пренебречь.

22. Какое количество теплоты выделится за $t = 10 \text{ с}$ на источниках и резисторах R_1 и R_2 (по отдельности) в схеме на рис. 20.5? $\mathcal{E}_1 = 3 \text{ В}$, $\mathcal{E}_2 = 24 \text{ В}$, $r_1 = 3 \text{ Ом}$, $r_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$.

23. К батарее с ЭДС \mathcal{E} подключён конденсатор ёмкостью C , заряженный до напряжения $5\mathcal{E}$ (рис. 20.9). Какое количество теплоты выделится в цепи после замыкания ключа?

Задачи

1. В электрической схеме, состоящей из батареи с ЭДС $\mathcal{E} = 10 \text{ В}$, резисторов $R_1 = 50 \text{ Ом}$, $R_2 = 100 \text{ Ом}$ и конденсатора (рис. 20.10), замыкают ключ K . 1) Найти напряжение на конденсаторе в установившемся режиме. 2) Найти ток через батарею в тот момент, когда напряжение на конденсаторе достигло значения $\mathcal{E}/2$. Внутренним сопротивлением батареи пренебречь. (МФТИ, 1999)

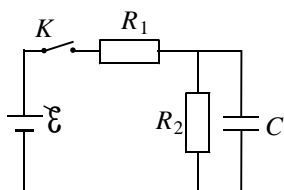


Рис. 20.10

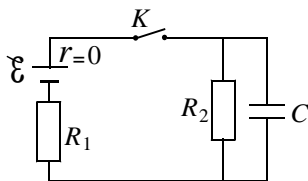


Рис. 20.11

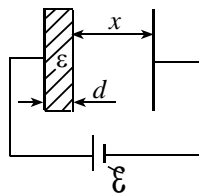


Рис. 20.12

2. Какое количество теплоты выделится в схеме (рис. 20.11) после размыкания ключа K ? (МФТИ, 1995)

3. Плоский конденсатор, пластины которого имеют площадь S и расположены на расстоянии d , заполнен твёрдым диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ϵ . Конденсатор подсоединен к батарее с ЭДС \mathcal{E} . Правую пластину конденсатора отодвигают так, что образуется воздушный зазор (рис. 20.12). На какое расстояние x отодвинута пластина, если при этом внешними силами была совершена работа A ? Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.