

**Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение дополнительного образования детей
«Заочная физико-техническая школа
Московского физико-технического института
(государственного университета)»**

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ

для 11-х классов

(2013 – 2014 учебный год)



г. Долгопрудный, 2014

Составители: В.И. Чивилёв, доцент кафедры общей физики МФТИ.
Т.С. Пиголкина, доцент кафедры высшей математики МФТИ.

Заключительное задание для 11-х классов (2013 – 2014 учебный год), 2014, 6 с.

Внимание!

Вы получили Заключительное задание, содержащее задачи, для итоговой проверки знаний по курсу ЗФТШ.

В предлагаемое Задание включены 8 задач по физике и 10 по математике, (по математике обязательными для получения оценки – задачи 1-10). Это задание высылается Вам заранее, чтобы было достаточно времени для успешного решения всех задач.

Выслать выполненное Заключительное задание в адрес ЗФТШ вы можете не позднее **03 апреля 2014 года**.

Составители:

Чивилёв Виктор Иванович

Пиголкина Татьяна Сергеевна

Подписано 27.01.14. Формат 60×90 1/16.

Бумага типографская. Печать офсетная. Усл. печ. л. 0,38.

Уч.-изд. л. 0, 33. Тираж 500. Заказ №43-з.

Заочная физико-техническая школа
Московского физико-технического института
(государственного университета)
ООО «Печатный салон ШАНС»

Институтский пер., 9, г. Долгопрудный, Москов. обл., 141700.
ЗФТШ, тел./факс (495) 408-51-45 – **заочное отделение**,
тел./факс (498) 744-63-51 – **очно-заочное отделение**,
тел. (499) 755-5580 – **очное отделение**.

e-mail: zftsh@mail.mipt.ru

Наш сайт: www.school.mipt.ru

МАТЕМАТИКА

1(5). Решить уравнение

$$\log_{4^{x+1}}(x^2) + \log_{2^{x+1}}(x+5) = \frac{2}{x+1}.$$

2(6). Решить неравенство $\frac{1}{\sqrt{|x+2|}-2} \leq \frac{1}{6+x}.$

3(5). Решить систему уравнений

$$\begin{cases} 10(y-x) - x^4 = 9, \\ \sqrt{y} + \sqrt{y-2x} = \sqrt{2}. \end{cases}$$

4(6). Решить неравенство

$$\frac{2^{2-x} - 3 - 2^x}{\log_{2-x}\left(\frac{2x+3}{x^2}\right)} \geq 0.$$

5(7). Найти корни уравнения $\operatorname{tg} 2x - \frac{1}{\sin 3x} = \frac{1}{\sin 4x} - \operatorname{ctg} 3x$, удовлетворяющие условию $\sin x < 0$.

6(7). Решить уравнение

$$2\sqrt{7} \cdot \sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{27 + \sin\left(3x + \frac{\pi}{2}\right)}.$$

7(8). Окружность радиуса 4 с центром на гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC проходит через вершину A , пересекает катет AC в точке D , касается катета BC в точке M и пересекает гипотенузу в точке K (отличной от точки A) так, что $\angle BMK = \arcsin \frac{1}{\sqrt{10}}$. Найти: а) стороны треугольника ABC ;

б) радиус окружности, касающейся катета BC , гипотенузы BA , и внешне касающейся данной окружности.

8(5)*. Доказать, что числа, 49, 4489, 444889, ..., получаемые вставкой 48 в середину предыдущего числа, являются квадратами целых чисел.

9(8). Найти при каких значениях параметра a существует единственное решение, удовлетворяющее системе

$$\begin{cases} (x^2 - 4xy + 7y^2)(10 - |x - y|) \leq 0, \\ x(x - 2) + y(y + 6) = a? \end{cases}$$

10(10). В четырёхугольной пирамиде $SABCD$ в основании лежит равнобокая трапеция $ABCD$ с основаниями $AD = 6$, $BC = 2$ и углом BAD , равным 60° . Две противоположные боковые грани пирамиды перпендикулярны плоскости основания. Расстояние от вершины S до прямой AB равно $4\sqrt{3}$.

Найти расстояние от точки B до плоскости ASD .

Внутри пирамиды расположен конус так, что окружность его основания вписана в треугольник BSC , а вершина конуса принадлежит грани ASD . Найти объём конуса.

ФИЗИКА

1. На горизонтальной поверхности стола находится тележка. На шероховатой горизонтальной поверхности тележки находится брусок, прикрепленный к тележке лёгкой упругой пружиной (см. рис. 1). Масса тележки в 3 раза больше массы бруска. Брусок отклоняют влево так, что удлинение пружины равно x , а тележка прижата к упору. Затем брусок отпускают.

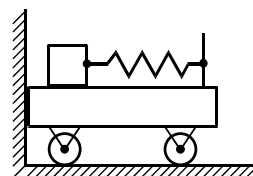


Рис. 1

- 1) Найдите деформацию пружины в момент отрыва тележки от упора.
- 2) Найдите скорость бруска в момент отрыва тележки от упора.
- 3) Найдите скорость тележки после прекращения движения по ней бруска.

Известно следующее. Если брусок подвесить на пружине, то деформация пружины равна $2x$. Если брусок тащить по неподвижной тележке с постоянной скоростью, прикладывая горизонтальную силу к прикрепленной к бруску пружине, то деформация пружины равна $2x/3$. Массой колёс тележки и трением в их осях пренебречь. Деформация x пружины меньше длины пружины в ненапряжённом состоянии.

2. Маленький шарик массой m висит неподвижно на невесомой нерастяжимой нити длиной l . Шарику толчком сообщают такую горизонтальную скорость, что он в итоге поднимается над начальной точкой на максимальную высоту $h_0 < l$. Найдите силу натяжения нити в момент, когда шарик находился на высоте $h = \frac{h_0}{2}$.

3. В цилиндре под поршнем находится водяной пар при температуре T . При медленном изобарическом охлаждении цилиндра объём уменьшается в 2 раза, а температура – на 10%. К концу охлаждения в цилиндре образовалось ν молей жидкости, объём которой намного меньше объёма пара. Найдите работу, совершённую над содержимым цилиндра в этом процессе. Пар считать идеальным газом.

4. Идеальный одноатомный газ совершает цикл, состоящий из двух изобар и двух адиабат. КПД цикла равен η . Найдите отношение работ, совершённых газом на изобарах.

5. Проводящий шарик радиусом R с зарядом Q имеет потенциал $\varphi_1 = 200$ В. Каким станет потенциал φ_2 шарика, если он окажется внутри полого проводящего шара с радиусами сферических поверхностей $2R$ и $3R$ и зарядом $2Q$? Центры заряженного шарика и полого шара совпадают.

6. Плоские воздушные конденсаторы ёмкостями C и $2C$ соединены через резистор сопротивлением R (см. рис. 2). В пустой конденсатор ёмкостью C вводят пластину с диэлектрической проницаемостью ε так, что пластина заполняет всё пространство между обкладками. После этого конденсаторы заряжают до напряжения U . Затем пластину быстро выдвигают из конденсатора так, что заряды на его обкладках не успевают измениться.

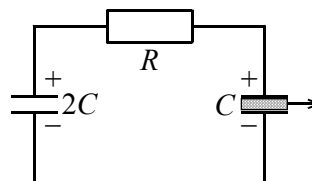


Рис. 2

1) Найдите силу тока сразу после выдвигения пластины.

2) Какое количество теплоты выделится в цепи после выдвигения пластины?

7. В цепи, схема которой приведена на рисунке 3, при разомкнутом ключе К конденсатор ёмкостью $C = 10$ мкФ заряжен до напряжения

$U_0 = 2$ В. Индуктивность катушки $L = 0,1$ Гн, ЭДС батареи $\mathcal{E} = 5$ В, D – идеальный диод.

1) Определить максимальный ток в цепи после замыкания ключа K .

2) Какое напряжение установится на конденсаторе после замыкания ключа?

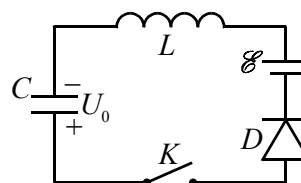


Рис. 3

8. Точечный источник находится на главной оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 10$ см. На экране получено чёткое изображение источника. Оставляя источник и линзу неподвижными, экран перемещают к линзе и располагают его на расстоянии $b = 20$ см от линзы. На экране появляется светлое пятно, диаметр которого в 3 раза меньше диаметра линзы.

1) Найдите расстояние от линзы до изображения.

2) Найдите расстояние от линзы до источника.